С.Л. Василенко

Деление пополам и золотая пропорция. Часть 20. Физические задачи: теория относительности

Всё в мире относительно, и отрицать это ... абсолютно несерьезно.

Вместо вступления.

Физики шутят, что лучше всего теорию относительности объясняют две совмещенные величины: амплитуда и амплисюда.

Видимо, не случайно А.Эйнштейн однажды иронически заметил: «С тех пор, как за теорию относительности принялись математики, я её уже сам больше не понимаю».

Между тем, современная теоретическая физика всё в большей степени становится математической наукой моделирования физических явлений, с критерием истины в виде строгих доказательств.

Конечно, не все математические наработки находят действенное применение в физике. Иные преодолевают долгий и тернистый путь.

Например, многие физики до недавнего времени снисходительно относились к золотому сечению (ЗС). Можно даже сказать, с элементами пренебрежения, не считая его серьезным занятием. И напрасно...

ЗС – фундаментальная математическая константа, такая же, как π или e. "Сидит" она где-то в глубине реальных явлений, процессов и с иронией наблюдает, как седовласые ученые-мужи скользят-лазают по вершине айсберга знаний.

Иногда пустит свой золотой зайчик, может, кто успеет его поймать. И снова за тучку.

Объяснение простое: многие "золотоносные" задачи скрыты завесой многочисленных шумовых воздействий, затеняющих действительную картину, откуда их не так просто выудить.

Но время берет своё. Всё чаще появляются обстоятельные научные труды на тему применимости золотого феномена в современной исследовательской проблематике.

Возможно, и другие физики снизойдут с заоблачных высот величавого академического олимпа и удостоят своим вниманием подводную часть айсберга знаний в общей картине микромира и наблюдательной космологии.

Именно здесь следует ожидать гипотетическое проявление важнейшей доминанты пятого порядка – золотого сечения (ЗС). Она лежит в основе формирования и активности живых динамичных систем и способна объединить-уравновесить части целостной картины эволюционирующей пульсирующей Вселенной.

Конечно, кардинальные вопросы устройства Вселенной, её истории ещё долго будут сохранять свои тайны. Включая объяснение первопричин возникновения, проявление физических законов природы в момент зарождения материи, пространства и времени.

Не ясен космологический горизонт мироустройства. Туманны возможные сценарии и модели возникновения и развития Вселенной.

Так, в нашей работе [23] предложена игровая модель и алгоритм «сотворения мира», в основу которых положена гипотеза о геноме Вселенной в виде аддитивной рекурсии золотой пропорции, как проявления идеального числа в неидеальной системе.

В прошлом появление золотого отношения маститые ученые обычно игнорировали, так как у них не было возможности его объяснить. Интерес к нему считался уделом ученых-любителей. Но теперь впервые разрабатывается стройная теория квантовой гравитации, которая предсказывает существование золотого сечения во многих процессах и явлениях.

Действительно, золотое сечение довольно странным образом вездесуще и проявляется от квантовых микро-масштабов до небесных макро-измерений.

Например, оно появляется в черных дырах [24], как точная область, в которой модифицированная удельная теплоемкость меняет знак с положительной на отрицательную величину, и является частью уравнения для нижней границы энтропии черной дыры.

ЗС даже связывает параметр петлевой квантовой гравитации с энтропией черной дыры.

Почему это важно? – Теория всего (единая физико-математическая теория поля) призвана объединять общую теорию относительности с квантовой механикой, а черная дыра – такой объект, где эти две теории сходятся в своих предельных выражениях.

Краткое введение в тему.

Формулы преобразования Лоренца возникли как формальный математический прием для согласования электродинамики с механикой и легли в основу СТО.

Согласно этим преобразованиям длины и промежутки времени искажаются при переходе из одной системы отсчета в другую.

В частности, параметры в системе отсчета K', движущейся <вправо> вдоль оси x со скоростью v относительно <неподвижной> системы отсчета K, связаны формулами:

$$t' = \left(t - vx/c^2\right)\gamma\,, \quad x' = \left(x - vt\right)\gamma\,;$$

$$t = \left(t' + vx'/c^2\right)\gamma\,, \quad x = \left(x' + vt'\right)\gamma\,;$$

где $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ – Лоренц-фактор – безразмерная физическая величина, монотонно возрастающая функция скорости v; $\beta = v/c$ – безразмерная скорость относительно скорости света c в вакууме.

В частности, возникает эффект замедления времени, когда движущиеся часы идут медленнее, чем покоящиеся.

Преобразования Лоренца, если их определять как объект математики, допускают различные геометрические интерпретации, включая увязку с золотым сечением.

Так, евклидов золотой прямоугольник [25, 26] или золотой треугольник [27] используется для описательного воспроизведения всех фундаментальных уравнений и явлений СТО, таких как замедление времени, сокращение длины, релятивистское увеличение массы, релятивистское соотношение энергия-импульс.

Фактор Лоренца возникает как прямое следствие теоремы Пифагора, а золотое сечение Ф определяет переход от физики Ньютона к релятивистской механике.

Путем перехода от евклидовой геометрии к гиперболической геометрии золотого сечения данная стратегия используется в работе [28] для получения квантовой версии знаменитого уравнения Эйнштейна.

Такое изменение в геометрии имеет глубокий физический смысл и учитывает эффект квантовой запутанности с преобразованием $E = mc \rightarrow E_{QR} = \left(\phi^5/2\right)\cdot mc^2 = mc^2/22$, где ϕ^5 – знаменитая вероятность запутанности Харди на основе золотой константы $\phi = \Phi^{-1} = \left(\sqrt{5}-1\right)/2 \approx 0{,}618$.

То есть чисто релятивистское уравнение $E = mc^2$ превращается в квантовое релятивистское уравнение $E_{QR} = mc^2/22$, которое объясняет происхождение гипотетической темной энергии, составляющей ~ 95,5 % всей энергии космоса.

Существует устоявшееся мнение, якобы золотое сечение вносит в процессы гармонию. Причем многие зациклились на понятии эфемерной красоты, что весьма субъективно, не столь существенно и выглядит бантиком на надгробной плите ЗС. Предназначение ЗС гораздо шире и мощнее, в чём еще раз убеждаемся, рассматривая физические задачи.

II. ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

2.1. Движение мяча в релятивистском поезде.

В физике одновременность событий – относительна и зависит от системы отсчета (СО) наблюдателя. Если одна СО назначает одинаковое время двум событиям, разнесенным в пространстве, то <относительно> движущаяся СО определяет этим двум событиям разные времена. Исключением является случай, когда движение перпендикулярно линии, соединяющей точки этих событий [5].

Рассмотрим поезд длиной L, который движется со скоростью v относительно некоторой станции (рис. 2.1).

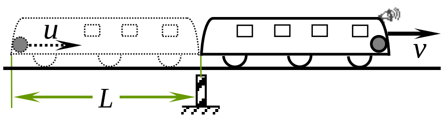

Рис. 2.1. Движение мяча в релятивистском поезде

В момент прохождения передней стенки поезда мимо столба на земле, наблюдатель на поезде бросает вперед от задней стенки мяч, который катится по полу через весь поезд со скоростью u относительно поезда.

Мяч ударяется о переднюю стенку поезда в момент, когда конец поезда выравнивается со столбом.

Даже для скоростного транспорта на магнитной подушке (> 400 км/час) скорости практически равны $u \approx v$ в обеих системах отсчета.

Однако по мере увеличения скоростей, ситуация меняется.

Найдем максимально возможное значение скорости поезда v.

Для станционного наблюдателя часы на поезде идут медленнее часов на станции, поскольку скорость физического времени на поезде замедляется в сравнении с ж/д станцией.

То есть физическое время качения мяча в поезде t' для станционного наблюдателя составит t, причем $t' = t\sqrt{1-v^2/c^2}$.

Пусть в поезде находятся двое часов, и часы впереди показывают нулевое время, когда передняя стенка поезда проходит мимо столба. Из-за потери одновременности часы сзади будут показывать Lv/c^2 – в наземном измерении.

То есть в системе отсчета ж/д станции мяч бросается в момент времени Lv/c^2.

При этом хвост поезда пройдет расстояние $v\left(Lv/c^2\right)$ и поравняется со столбом через время $L\left(1-v^2/c^2\right)/v$. – Оно же время, за которое мяч достигает передней части поезда:

$$L\frac{1-v^2/c^2}{v} = \frac{L}{u} \quad \to \quad u = \frac{v}{1-v^2/c^2} < c.$$

Значение u должно быть меньше c или $v^2 + cv - c^2 < 0$, то есть $\boxed{\frac{v_{\max}}{c} = \phi}$.

Относительно скорости света c, максимальная скорость поезда ограничена малой константой золотого сечения. При этом мяч запускается со скоростью $\sim c$.

Данный мысленный эксперимент может быть адаптирован в микромир.

Например, коллинеарное движение двух элементарных частиц, разнесенных на некоторое расстояние. Одна из них распадается с испусканием фотона в том же направлении, который "догоняет" другую частицу.

За счет чего здесь появляется золотое сечение? – Вследствие того же деления пополам, поскольку при малых скоростях мяч в поезде проходит расстояние L, а для наблюдателя на станции – $2L$.

С переходом на огромные скорости, при условии $c = \text{const}$, отношение 2:1 трансформируется в золотое сечение.

2.2. Релятивистская модель "дырявого ведра".

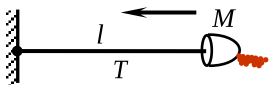

Рис. 2.2. Движение дырявого ведра с песком

Натянутая струна без массы начальной длины l с постоянным натяжением T одним концом прикреплена к стене, а другой конец, соединен с телом начальной массы $M = Tl/c^2$ (рис. 2.2) [5].

По мере сжатия струны и движения тела к стене оно теряет массу со скоростью $\frac{dm}{dt} = \frac{M}{l}$ – по аналогии с дырявым ведром, из которого высыпается песок.

В зависимости от положения тела изменение энергии описывается дифференциальным уравнением $\frac{dE}{dx} = -T + \frac{E}{x}$, которое после интегрирования приобретает вид;

$$E(x) = Cx - Tx\ln(x/l).$$

Постоянная интегрирования C находится путем подстановки в решение начального условия $E(l) = Mc^2$:

$$C = Mc^2/l = T \quad \to \quad E(x) = Tx \cdot (1 - \ln x/l).$$

Согласно гипотезе Эйнштейна, подтвержденной экспериментально, для объекта, двигающегося без воздействия внешних сил (не взаимодействующего значительно с другими объектами) его энергия E, импульс p (количество движения) и масса m удовлетворяют простому «пифагорову равенству» $E^2 = p^2 + (mc^2)^2$, откуда:

$$p = \sqrt{E^2(x) - (mc^2)^2} = Tx\sqrt{(1 - \ln x/l)^2 - 1},$$

где $mc^2 = (Mx/l)c^2 = (Mc^2/l)x = Tx$.

Введем переменную $z = \ln(x/l)$, тогда $x = le^z$.

Приравняв нулю производную $p' = 0$, с учетом $e^z > 0$ получаем:

$$z^2 - 2z + (z - 1) = 0 \quad \to \quad z = (-\phi, \Phi).$$

Следовательно, импульс тела становится максимальным, когда

$$\boxed{\ln(x/l) = -\phi}.$$

2.3. Фотонный распад.

Энергия E и импульс p частицы массой m, движущейся со скоростью v, определяются релятивистскими выражениями:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{2}$$

Возводя в квадрат и вычитая, можно исключить скорость: $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$.

Разделив импульс на энергию, можно исключить массу: $p = Ev/c^2$.

Положив массу $m = 0$, получим $E = pc$ и $v = c$. То есть частицы с нулевой массой не могут покоиться, и двигаются со скоростью света c. – Такие как нейтрино или фотон (световая частица) – квант электромагнитного излучения, электрически нейтральная частица.

Спонтанный распад любого объекта физики микромира (ядра, частицы) возможен в том случае, если масса покоя продуктов распада меньше массы исходной частицы.

В замкнутой системе полный линейный импульс остается постоянным и вектор $\vec{p}$ не меняется. Когда проявляются корпускулярные свойства частиц, их импульс равен $\vec{p} = m\vec{v}$, когда волновые, то $p = h/\lambda$ – в зависимости от длины волны λ, где h – постоянная Планка.

Так, элементарная частица – нейтральный пи-мезон (пион) имеет преимущественный (главный по вероятности) канал распада-превращения на 2 фотона $\pi^0 \to \gamma + \gamma$. Он является античастицей для самого себя, то есть истинно нейтральной частицей, подобно фотону.

Масса частицы $m = m_{\pi^0} = 2{,}4 \cdot 10^{-28}$ кг. Если вначале пи-мезон покоится, то полный импульс системы равен нулю. Вследствие закона сохранения, импульсы фотонов p равны по величине и направлены в противоположные стороны, а значит, равны и их энергии $E_\gamma = pc$.

По закону сохранения энергии $mc^2 = 2pc \;\to\; p = mc/2 \approx 3{,}6 \cdot 10^{-20}$ кг $\cdot$ м/с.

Хорошо известен нашумевший «двухфотонный пик», который наблюдался в 2016 году на Большом адронном коллайдере. Но потом бесследно исчез, – видимо, регистрировался в пределах точности измерений.

Рассмотрим теперь пи-мезон или другую частицу массой m, которая движется со скоростью v, и спонтанно распадается на два фотона, разлетающиеся под некоторыми углами. При этом масса исходной частицы превращается в энергию разлетающихся фотонов.

В отличие от вышерассмотренного распада, теперь фотоны могут иметь разные энергии hc/λ и модули импульса h/λ, – в зависимости от их длины волны.

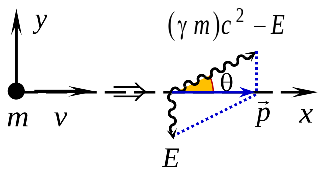

Рис. 2.3. Распад движущейся частицы на два фотона

Пусть один фотон движется перпендикулярно начальному направлению массы m, а другой – под углом θ (рис. 2.3) [5].

Согласно (2) энергия исходной частицы равна γmc^2, где $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$. Обозначим энергию нижнего фотона через E, тогда в соответствие с законом сохранения, энергия верхнего составит $\gamma mc^2 - E$.

Проекция импульса нижнего фотона на линию движения равна нулю

Для верхнего фотона сохранение импульса в проецировании на оси координат дает:

$$p_x = \gamma mv, \quad p_y = E/c.$$

Поскольку $E^2 = (pc)^2$, то получаем: $(E/c)^2 = p_x^2 - p_y^2 \;\to\; E = \dfrac{mc^2}{2\gamma}$.

Сохранение импульса в системе выражается равенством

$$\gamma mv = \left(\gamma mc - \frac{mc}{2\gamma}\right)\cos\theta.$$

Разделив на γmc и обозначив $u = v/c \le 1$, после подстановки γ получаем уравнение:

$$u^2 - \frac{2u}{\cos\theta} + 1 = 0 \quad \to \quad u = \frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}.$$

Например: $\underline{\operatorname{tg}\theta = 1/2}$, $\cos\theta = 2/\sqrt{5} \;\to\; u^2 - \sqrt{5}\,u + 1 = 0 \quad \to \boxed{v/c = \phi}$;

$$\underline{\operatorname{tg}\theta = 2}, \qquad \cos\theta = 1/\sqrt{5} \ \rightarrow \ u^2 - 2\sqrt{5}\,u + 1 = 0 \quad \rightarrow \ \boxed{v/c = \phi^3}.$$

Отметим, что описанная задача не является редким исключением, с искусственным внедрением золотого сечения (ЗС).

Так, в работе А.Савpухина [29] на основе экспериментальных данных рассмотрены многочисленные примеры распада элементарных частиц на два конечных продукта в увязке с константой ЗС.

2.4. Время пролета галактики.

За период T лет наблюдений с Земли светящийся объект, находящийся на расстоянии 10^T световых лет, совершил видимое угловое перемещение 10^{-4} рад, то есть его кажущаяся скорость перемещения равна удвоенной скорости света. Найдем, под каким углом к линии наблюдения может двигаться объект, чтобы его скорость была меньше скорости света c, и какова минимально возможная скорость объекта [17, с. 9, 68-69].

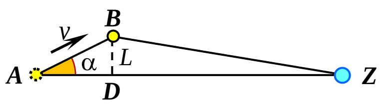

Рис. 2.4. Наблюдаемое движение галактики со стороны Земли

Пусть объект двигается со скоростью v под углом α к линии наблюдения (рис. 2.4).

За T лет видимое с Земли перемещение – L св. лет.

За точку отсчета примем момент времени $t_A = 0$, в который свет из точки A пришел на Землю.

<u>Объект, – момент излучения света</u>	<u>Земля, – момент прихода света</u>
из точки A: $t'_A = -AZ/c$,	$t_A = 0$;
из точки B: $t'_B = t'_A + \dfrac{AB}{v} = -\dfrac{AZ}{c} + \dfrac{L}{v\sin\alpha}$,	$t_B = t'_B + \dfrac{BZ}{c} \approx t'_B + \dfrac{DZ}{c}$.

Поскольку $AZ - DZ = AD = L/\operatorname{tg}\alpha$, то после подстановки получаем:

$$T = t_B - t_A = t_B \approx \frac{L}{v\cdot\sin\alpha} - \frac{L}{c\cdot\operatorname{tg}\alpha} \quad \rightarrow \quad v = \frac{c}{\cos\alpha + \xi\cdot\sin\alpha}, \qquad \xi = \frac{cT}{L}.$$

В равенстве для скорости v знаменатель должен быть больше 1 ($v < c$):

$$1 - \cos\alpha < \xi\cdot\sin\alpha \quad \Rightarrow \quad 2\sin^2\frac{\alpha}{2} < \xi\cdot 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2};$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} < \xi = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \underline{\alpha < 53{,}1^{\circ}}.$$

Минимально возможная скорость объекта находится через производную:

$$\frac{dv}{d\alpha} = \frac{-c\cdot(-\sin\alpha + \xi\cdot\cos\alpha)}{(\cos\alpha + \xi\cdot\sin\alpha)^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \operatorname{tg}\alpha = \xi;$$

$$v_{\min} = \frac{c}{\cos\alpha}\cdot\frac{1}{1 + \xi\cdot\operatorname{tg}\alpha} = c\frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}}{1 + \xi\cdot\operatorname{tg}\alpha} = \frac{c}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad \rightarrow$$

$$\boxed{\frac{c}{v_{\min}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = \Phi - \frac{1}{2}}.$$

Итак, отношение $\dfrac{cT}{L} = \dfrac{1}{2}$ или деление пополам приводит к золотой константе.

2.5. Столкновение релятивистских частиц.

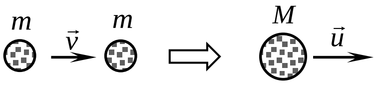

Рис. 2.5. Столкновение частиц

Релятивистская частица (v > 100 000 км/с) массой m и кинетической энергией K налетает на покоящуюся частицу той же массы (рис. 2.5) [30, с. 97-98].

Найдем скорость составной частицы, образовавшейся в результате соударения, и золотые отношения скоростей.

Закон сохранения полной энергии системы $\varepsilon' = \varepsilon$:

$$\varepsilon' = Mc^2 \Big/ \sqrt{1-(u/c)^2} \;=\; \varepsilon = \left(K + mc^2\right) + mc^2 .$$

Закон сохранения релятивистского импульса системы $\vec{p}\,' = \vec{p}$ с учетом связи полной энергии с импульсом релятивистской частицы:

$$p'^2 = (\varepsilon'/c)^2 - M^2c^2 \;=\; p^2 = \left(mc^2 + K/c\right)^2 - m^2c^2 .$$

Подставим величину $\varepsilon' = K + 2mc^2$ из первого равенства во второе:

$$M^2c^2 = \left(2mc^2 + K/c\right)^2 - (mc + K/c)^2 + m^2c^2 \quad\to\quad M = \sqrt{2m\left(2m + K/c^2\right)} .$$

То есть масса в реакции слияния частиц не сохраняется и прирастает: $M > 2m$.

Подставляя массу в первое равенство, получаем:

$$\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} = \frac{Mc^2}{2mc^2+K} = \sqrt{\frac{2mc^2}{2mc^2+K}} \quad\to\quad u = c\sqrt{\frac{1}{1+2mc^2/K}} .$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы равна

$$K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1\right).$$

Теоретически она может быть сколь угодно большой при $v \to c$.

Ограничим отношение K/mc^2, приняв равным 1:2.

С одной стороны, это отношение дает аналогию с обычным нерелятивистским представлением кинетической энергии $K = mc^2/2$. С другой стороны, феномен «деления пополам» обусловливает связь с константой золотого сечения.

Действительно, $K = \dfrac{mc^2}{2} \quad\to\quad \boxed{\dfrac{v}{c} = \dfrac{\phi+\Phi}{3}}$ и $\boxed{\dfrac{u}{c} = \dfrac{1}{\phi+\Phi}}$.

To be continued...

Литература:

1. QiLin Xue. The Golden Ratio In High School Physics Problems. – August 8, 2020. – https://physoly.tech/static/files/golden.pdf.

2. Василенко С.Л. Центр масс плоских фигур в точках золотого сечения // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.15957, 20.06.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/1661-vs.pdf.

3. Василенко С.Л., Белянин В.С., Радзюкевич А.В. Центры масс однородных тел как аттракторы возвратных последовательностей (Фибоначчи, Трибоначчи ...) // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 16023, 30.07.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161684.htm.

4. Василенко С.Л., Белянин В.С., Радзюкевич А.В. Барицентры-аттракторы в многомерных пространствах с приложением об эволюции Вселенной // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 16061, 05.09.2010. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161696.htm.

5. David Morin. Introduction to Classical Mechanics with Problems and Solutions. – Harvard University, 2008. – 720 p. – https://handoutset.com/wp-content/uploads/2022/07/Introduction-to-classical-mechanics-with-problems-and-solutions-David-Morin.pdf.

6. Василенко С.Л. Деление пополам и золотая пропорция. Ч. 8. Треугольные формы // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 28314, 30.01.2023. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001h/00165221.htm.

7. Механика и теория относительности. Задачи и методы их решения: Учеб. пособие / Ю.Н. Колмаков, Ю.А. Пекар, В.А. Семин. – Тула: Тул. гос. ун-т, 2002. – 189 с. – https://cdn.bc-pf.org/resources/physics/problem_sets/TulGU_Mekhanika_i_teoriya_otnositelnosti.pdf.

8. Василенко С.Л. Последовательности кругов, вписанных в параболу, и золотая пропорция // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 28133, 26.10.2022. – URL: http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001h/00165132.htm.

9. Taylor J.R. Classical Mechanics. – California: University Science Books, 2005. – 800 p. – https://neuroself.files.wordpress.com/2020/09/taylor-2005-classical-mechanics.pdf.

10. Moorman C.M., Goff J.E. Golden ratio in a coupled-oscillator problem // European J. of Physics, 28 (2007), 897-902.

11. Ковалев А.Н. В поисках пятого порядка. – Ridero, 2023. – 398 с.

12. Хаджи П., Михайленко А. Маятник с несколькими грузами. – http://kvant.mccme.ru/pdf/1998/03/kv0398khadji.pdf.

13. Василенко С.Л. Разбиение целого на множество аддитивных пропорциональных частей // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 22071, 06.05.2016. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001e/00162943.htm.

14. Levien R.B. Double pendulum: An experiment in chaos // American J. of Physics, 61 (11), 1993, 1038-1044. – http://itl7.elte.hu/~zsolt/Oktatas/Klab/AJP001038.pdf.

15. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. – В 10 томах. Т. 1: Механика.– 4-е изд., испр. – М: Наука, Физматлит, 1988. — 216 с. – https://kzf.kpi.ua/wp-content/uploads/2021/09/landau1.pdf.

16. Малые колебания. 1. Линейные колебания: учеб. пособие / А.С. Ковалев, Е.В. Езерская, З.А. Майзелис, Т.С. Чебанова. – Х.: ХНУ им. В.Н. Каразина, 2013. – 112 с.

17. Силагадзе З.К. Механика и теория относительности. Задачи семинарских занятий с решениями. – Новосибирск, 2-17. – 260 с.

18. Василенко С.Л. Деление пополам и золотая пропорция. Часть 8. Треугольные формы // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 28314, 30.01.2023. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001h/00165221.htm.

19. Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. Т.1. Элементарная теория и задачи: 2-е изд. – М.: Наука, 1965. – 364 с.

20. Borges R.F. The phi code in nature, architecture and engineering // Design and Nature II, M.W. Collins & C.A. Brebbia (Editors), 2004 WIT Press, 401-409. – https://www.witpress.com/Secure/elibrary/papers/DN04/DN04040FU.pdf.

21. Саакян А.А. Влияние граничных условий на изгиб и устойчивость прямоугольных пластин. Дис. ... кандидата физ.-мат. наук по спец. 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела. – Ереван, 2018. – 103 с. – https://etd.nla.am/7581/1/DissertaciaFull.pdf.

22. Василенко С.Л., Ковалев А.Н. Золотые пропорции в арбелосе. Часть 1 // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ. 28420, 07.04.2023. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001h/00165291.htm.

23. Василенко С.Л. Золотая пропорция как ядро генома мироздания // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 12.07.2011. – http://www.artmatlab.ru/articles.php?id=30&sm=2 // АТ – М.: Эл. № 77-6567, публ.17099, 13.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322080.htm.

24. Cruz1 N., Olivares M., Villanueva J.R. The golden ratio in Schwarzschild–Kottler black holes // Eur. Phys. J. C 77, 123 (2017). – https://d-nb.info/1127806769/34.

25. Sigalotti L., Mejias A. The Golden Mean in Special Relativity // Chaos, Solitons & Fractals, 2006, 30.3, 521-524.

26. Leonardo Di G. Sigalotti, Antonio Mejias. The golden ratio in special relativity // Chaos, Solitons & Fractals. Vol.30, Issue 3, November 2006, 521-524.

27. Hendi S., Sharifzadeh M. Special Relativity and the Golden Mean // J. of Theoretical Physics, 2012, 1, 37-45.

28. Naschie M.S. The Hyperbolic Extension of Sigalotti-Hendi-Sharifzadeh's Golden Triangle of Special Theory of Relativity and the Nature of Dark Energy // J. of Modern Physics, 2013, 4 (03), 354-356. – https://www.scirp.org/pdf/JMP_2013032116194153.pdf.

29. Саврухин А.П. Золотое сечение и элементарные частицы // Лесной вестник, 1, 2003. С. 140-143.

30. Механика и теория относительности. Задачи и методы их решения: Учеб. пособие / Ю.Н. Колмаков, Ю.А. Пекар, В.А. Семин. – Тула: Тул. гос. ун-т, 2002. – 188 с.

© ВаСиЛенко, 2023
Украина, Харьков