

# ТОРСИОННЫЕ ПОЛЯ В КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ. ВРАЩАТЕЛЬНАЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ

Шипов Г.И.

<http://shipov-vacuum.com> <http://shipov.com>

## Введение

В конце своей книги «Дорога к Реальности» Роджер Пенроуз отметил, что «что мы все что-то проглядели в физике, что-то очень важное» [1]. Я считаю, что это:

- 1) вращательные координаты как элементы пространства;
- 2) вращательная метрика;
- 3) торсионные поля, порожденные вращательными координатами и образующие вращательную метрику.

Эти три пункта образуют то, что мы будем называть *вращательной относительностью* уравнений физики. К сожалению, со времен Ньютона, мы разрабатывали теории, уравнения которых удовлетворяли требованиям *поступательной относительности*. Например, нерелятивистская классическая механика базируется на 3D пространстве Евклида с тремя пространственными координатами  $x, y, z$ , и временем  $t$ . На многообразии евклидовых координат задана трансляционная метрика  $dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ , которая остается инвариантной при преобразованиях Галилея-Ньютона. В релятивистской механике пространство Евклида заменяется псевдоевклидовым пространством Минковского, метрика которого  $ds_0^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ , инвариантна относительно преобразований Лоренца. В общей теории относительности Эйнштейна метрика Минковского заменяется трансляционной римановой метрикой

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (1)$$

которая, по мнению Эйнштейна, инвариантна относительно произвольных преобразований координат, которые соответствуют переходу в произвольно ускоренную систему отсчета. Здесь мы сразу выскажем сомнение в этом утверждении, поскольку в метрику (1) входят дифференциалы трансляционных координат  $dx_k$  и в явном виде отсутствуют вращательные координаты, которых в 4D трансляционном пространстве должно быть шесть [2].

## 1. Вращательная метрика в классической механике

В классической механике вращательные координаты (например, углы Эйлера) появляются при описании вращательного движения ускоренных систем отсчета. На рис.1 представлены две системы отсчета  $S$  и  $S'$ . Пусть  $S'$  - произвольно ускоренная система отсчета

та, относительно которой движется масса  $m$ . Из рисунка находим следующее выражение для приращения вектора  $\vec{r}$  ускоренно движущейся частицы

$$d\vec{r} = d\vec{R} + d\vec{r}' = d\vec{R} + [\vec{d}\vec{\chi}\vec{r}'] + d'r'. \quad (2)$$

Здесь  $d\vec{R}$  - приращение радиус-вектора  $\vec{R}$ , характеризующего положение начала  $O'$  ускоренной системы отсчета  $S'$ ,  $\vec{d}\vec{\chi}$  - дифференциал (неголономных, что обозначено как  $\vec{d}$ ) вращательных координат,  $d'r'$  - приращение радиус-вектора  $\vec{r}'$ , спроектированные на оси системы отсчета  $S'$ .

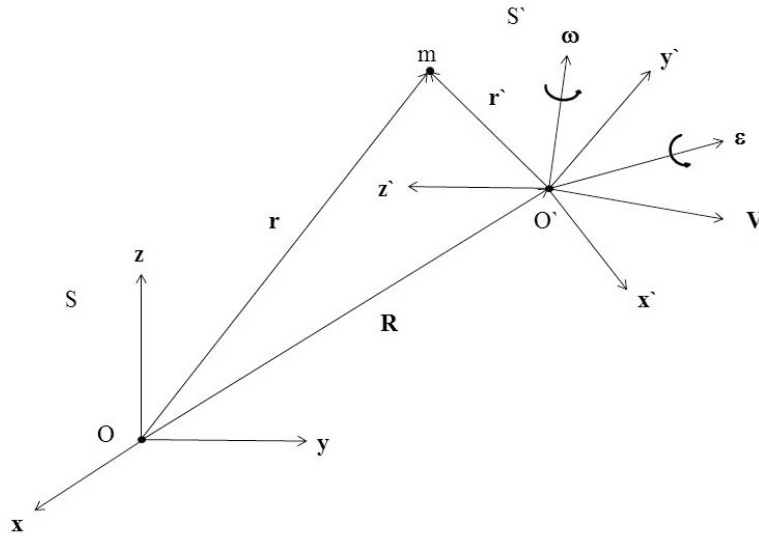


Рис. 1. Движение массы  $m$  в ускоренной системе отсчета

Для простоты, будем полагать в (2)  $d'r' = 0$  (как в случае абсолютно твердого тела) и возведем (2) в квадрат

$$d\vec{r}^2 = (d\vec{R} + d\vec{r}')^2 = (d\vec{R} + [\vec{d}\vec{\chi}\vec{r}'])^2 = d\vec{R}^2 + 2d\vec{R}[\vec{d}\vec{\chi}\vec{r}'] + (\vec{d}\vec{\chi})^2(\vec{r}')^2. \quad (3)$$

Поскольку  $\vec{d}\vec{\chi}/dt = \vec{\omega}$  - (псевдо)вектор угловой скорости вращения системы отсчета, то из (3) следует:

а) трансляционная метрика  $d\vec{R}^2$ ;

б) вращательная метрика  $\vec{d}\vec{\chi}^2$ ;

в) перекрестный член  $2d\vec{R}\vec{d}\vec{\chi}$ ;

г) дифференциал  $d\vec{r}^2 = d\vec{r}^2(x, y, z, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, t)$  зависит в общем случае от трех трансляционных координат  $x, y, z$  и трех угловых координат  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ .

Дифференцируя (2) по времени, получаем выражение для скорости частицы в ускоренной системе отсчета

$$\vec{v}(x, y, z, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} + \left[ \frac{d\vec{\chi}}{dt} \vec{r} \right] + \frac{d'\vec{r}'}{dt} = \vec{V} + [\vec{\omega} \vec{r}] + \vec{v}'. \quad (4)$$

Дифференцируя (4) еще раз по времени и используя вспомогательные формулы [3]

$$\frac{d\vec{r}'}{dt} = [\vec{\omega} \vec{r}'] + \vec{v}', \quad \frac{d\vec{v}'}{dt} = [\vec{\omega} \vec{v}'] + \frac{d'\vec{v}'}{dt}, \quad \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d'\vec{\omega}}{dt},$$

получим

$$\vec{a}(x, y, z, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{W} + [\vec{\omega}[\vec{\omega} \vec{r}']] + [\vec{\varepsilon} \vec{r}'] + 2[\vec{\omega} \vec{v}'] + \vec{a}', \quad (5)$$

где  $d\vec{V}/dt = \vec{W}$  - трансляционное ускорение начала  $O'$  системы  $S'$ ,  $d'\vec{v}'/dt = \vec{a}'$  - ускорение массы  $m$  относительно системы  $S'$ ,  $d\vec{\omega}/dt = \vec{\varepsilon}$  - угловое ускорение системы  $S'$ . Если частица движется во внешнем поле с потенциальной энергией  $U$ , то ее уравнения движения принимают вид

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = - \frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m\vec{W} - m[\vec{\omega}[\vec{\omega} \vec{r}']] - 2m[\vec{\omega} \vec{v}'] - m \left[ \frac{d\vec{\omega}}{dt} \vec{r} \right] - m\vec{a}'. \quad (6)$$

Формулы (3)-(6) ставят перед нами вопрос – какова структура (геометрия) пространства событий, которое образует множество относительных координат ускоренных систем отсчета? Обычный ответ, который дают нам учебники по механике, - что это геометрия Евклида, следует из (3) в частном случае, когда

$$d\vec{r}' = d\vec{\chi} = d\vec{V} = 0, \quad (7)$$

т.е. когда система отсчета  $S'$  движется прямолинейно и равномерно без вращения, при этом частица покоится в этой системе. Поскольку инерциальных систем отсчета в природе не существует, то равенства (7) представляют собой достаточно сильное ограничение на реальные процессы, что приводит к их неправильному описанию и, как следствие, к непониманию целого ряда явлений.

## 2. Ориентируемая материальная точка

А. Эйнштейн отмечал, что вращение меняет геометрию пространства событий за счет релятивистского сокращения удаленных от центра вращения областей пространства. Однако А. Эйнштейн никогда не связывал изменение геометрии с вращательными координатами и вращательной метрикой. Поместим материальную точку  $m$  в начало  $O'$  системы отсчета  $S'$ . В этом случае мы получим 3D ориентируемую материальную точку, положение которой описывается шестью координатами  $x, y, z, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ . Пусть нам задана траек-

тория  $\vec{x} = \vec{x}(s)$  ориентируемой материальной точки, где  $s$  - параметр длины дуги траектории. Введем в некоторой точке  $M$  траектории триаду  $\vec{e}_A$ ,  $A=1,2,3$  (математический аналог системы отсчета  $S'$ ), образованную единичными векторами  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  и  $\vec{e}_3$ . Если при движении вдоль траектории из точки  $M$  в точку  $M'$  триада меняет свою ориентацию (вращается), то, используя теорему Эйлера [3], мы можем определить бесконечно малый поворот триады через углы Эйлера  $\varphi, \theta, \psi$ , как (см. рис.2)

$$d\vec{\chi} = d\chi \vec{e}_\chi = \vec{e}_3 d\varphi + \vec{e}_\xi d\theta + \vec{e}_3 d\psi, \quad (8)$$

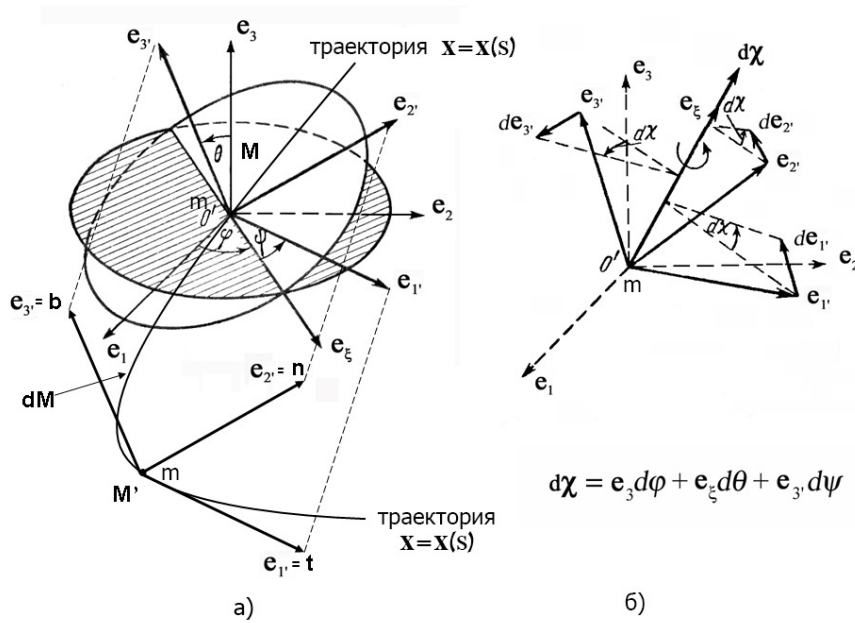


Рис.2. а) 3D ориентируемая точка движется по траектории; б) теорема Эйлера

В соотношении (8) мы заменили поворот вокруг трех осей одним поворотом вокруг оси  $\vec{e}_\xi$ , совпадающей с линией узлов [3] (теорема Эйлера).

Пусть компоненты единичных векторов  $\vec{e}_A$  удовлетворяют условиям ортогональности

$$(\vec{e}_1)^2 = (\vec{e}_2)^2 = (\vec{e}_3)^2 = 1, \quad \vec{e}_1 \vec{e}_2 = \vec{e}_2 \vec{e}_3 = \vec{e}_3 \vec{e}_1 = 0, \quad (9)$$

причем в правой триаде единичный вектор  $\vec{e}_1 = \vec{t}$  выбирается касательным к траектории в точке  $M$  и указывает направление движения,  $\vec{e}_2 = \vec{n}$  - вектор нормали к траектории в точке  $M$  и  $\vec{e}_3 = \vec{b}$  - вектор бинормали (рис.2).

Для введенной нами триады  $\vec{e}_A$  в уравнениях (6) выполняются условия  $\vec{r}' = \vec{v}' = \vec{a}' = 0$ , поэтому, как это следует из (6), начало  $O'$  триады движется согласно уравнениям

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} - m\vec{W}. \quad (10)$$

Эти три уравнения представляют собой всего лишь часть полной системы уравнений, которые описывают движение триады. Действительно, изменение ориентации триады описывается соотношением

$$d\vec{e}_A = [\vec{d}\vec{\chi} \vec{e}_A]. \quad (11)$$

Разделим левую и правую части (11) на дифференциал  $ds$  длины дуги траектории

$$\frac{d\vec{e}_A}{ds} = \left[ \frac{d\vec{\chi}}{ds} \vec{e}_A \right] = [\vec{\Omega} \vec{e}_A], \quad (12)$$

где мы ввели 3D угловую скорость вращения  $\vec{\Omega} = d\vec{\chi}/ds$  триады вокруг оси, совпадающей с вектором  $\vec{e}_\xi$ . Итак, мы имеем 6 (в силу условий ортогональности (9)) уравнений (12), которые, в общем случае, обобщают три уравнения (10).

### 3. Торсионное поле и вращение 3D ориентируемой материальной точки

Прежде всего, покажем, что геометрия пространства событий 3D ориентируемых материальных точек отличается от геометрии Евклида. Для этого удобно представить основные соотношения в тензорном виде. Вместо (9) мы запишем условия ортогональности в виде

$$e^A_\alpha e^\alpha_B = \delta^A_B, \quad e^A_\alpha e^\beta_A = \delta^\beta_\alpha, \quad (13)$$

где  $\delta^A_B, \delta^\beta_\alpha$  - символы Кронекера,  $\alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3$  - векторные индексы триады и  $A, B, C \dots = 1, 2, 3$  - индексы, нумерующие векторы триады. В тензорной записи соотношения (11) и (12) принимают вид

$$de^A_\alpha = d\chi^\beta_\alpha e^A_\beta, \quad (14)$$

$$\frac{de^A_\alpha}{ds} = \frac{d\chi^\beta_\alpha}{ds} e^A_\beta. \quad (15)$$

Умножая справа (14) и (15) на  $e^\beta_A$ , и, используя (13), получим

$$d\chi^\beta_\alpha = e^\beta_A de^A_\alpha, \quad (16)$$

$$\frac{d\chi^\beta_\alpha}{ds} = e^\beta_A \frac{de^A_\alpha}{ds} = \Omega^\alpha_\beta. \quad (17)$$

Дифференцируя (13), находим

$$e^A_\alpha de^\alpha_B + e^\alpha_B de^A_\alpha = 0, \quad (17a)$$

откуда следует

$$d\chi_{AB} = -d\chi_{BA} , \quad (18)$$

а так же

$$d\chi_{\alpha\beta} = -d\chi_{\beta\alpha} , \quad \Omega_{\alpha\beta} = -\Omega_{\beta\alpha} . \quad (19)$$

Используя (17а), запишем (15) и (16) как

$$d\chi^{\beta}_{\alpha} = e^{\beta}_{A} de^A_{\alpha} = e^{\beta}_{A} e^A_{\alpha,\gamma} dx^{\gamma} = T^{\beta}_{\alpha\gamma} dx^{\gamma} , \quad (20)$$

$$\frac{de^A_{\alpha}}{ds} = T^{\beta}_{\alpha\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^A_{\beta} = \Omega^{\beta}_{\alpha} e^A_{\beta} , \quad (21)$$

где мы ввели обозначения

$$T^{\beta}_{\alpha\gamma} = e^{\beta}_{A} e^A_{\alpha,\gamma} = -e^A_{\beta} e^{\alpha}_{A,\gamma} , \quad , \gamma = \frac{\partial}{\partial x^{\gamma}} , \quad (22)$$

$$\Omega^{\beta}_{\alpha} = T^{\beta}_{\alpha\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} . \quad (23)$$

Поскольку соотношение (20) представляет собой дифференциалы вращательных координат, то вращательную метрику мы определим как

$$d\tau^2 = d\chi^{\alpha}_{\beta} d\chi^{\beta}_{\alpha} = T^{\alpha}_{\beta\gamma} T^{\beta}_{\alpha\sigma} dx^{\gamma} dx^{\sigma} = \Omega^{\alpha}_{\beta} \Omega^{\beta}_{\alpha} ds^2 . \quad (24)$$

Величину (22), которую в математике ввел впервые Г. Риччи [4], мы будем называть *торсионным полем*. В соответствии с формулами (17) и (23), торсионное поле определяет вращение 3D ориентируемой материальной точки. Угловая скорость 3D вращения определяется соотношениями (17) и (23). Выбирая вектора триады  $e^A_{\alpha}$  в виде

где  $t_{\alpha}$ ,  $n_{\alpha}$  и  $b_{\alpha}$  - касательный, нормальный и бинормальный вектора (см. рис. 2) к траектории. Поскольку

$$e^{(1)}_{\alpha} = t_{\alpha} = \frac{dx_{\alpha}}{ds} , \quad t_{\alpha} t^{\alpha} = 1, \quad ds = t^{\alpha} dx_{\alpha} , \quad (25)$$

то, кроме вращательной метрики (24), имеется трансляционная метрика

$$ds^2 = (t^{\alpha} dx_{\alpha})^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 . \quad (26)$$

Эта (евклидова) метрика задана на множестве трансляционных голономных координат  $x_{\alpha}$ , на котором действует группа трансляций  $T(3)$ . Триада  $e^A_{\alpha}$  по координатному индексу  $\alpha$  преобразуется в группе  $T(3)$  как вектор

$$e^A_{\alpha'} = \frac{\partial x_{\alpha'}}{\partial x_{\alpha}} e^A_{\alpha} , \quad \left\| \frac{\partial x_{\alpha'}}{\partial x_{\alpha}} \right\| \in T(3), \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad (27)$$

в то время как по локальному (внутреннему) индексу  $A$  триада преобразуется в группе вращений  $O(3)$

$$e^{A'}_{\alpha} = \Lambda^{A'}_{A} e^A_{\alpha}, \quad \Lambda^{A'}_{A} \in O(3), \quad A=1, 2, 3. \quad (28)$$

Поэтому голономные преобразования из группы трансляций  $T(3)$  в группу вращений  $O(3)$  в общем случае недопустимы. Исключение составляет случай, когда вращение происходит по одной угловой координате.

Триада  $e^A_{\alpha}$  позволяет переходить в уравнениях от координатных индексов  $\alpha, \beta, \gamma \dots$  к локальным  $A, B, C \dots$ . Например, торсионное поле (22) можно представить в виде

$$T^A_{B\gamma} = e^A_{\alpha} T^{\beta}_{\alpha\gamma} e^{\beta}_{B}. \quad (29)$$

Используя (29), запишем уравнения движения (21) как

$$\frac{de^A_{\alpha}}{ds} = T^A_{B\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^B_{\alpha} = \Omega^A_{B\alpha} e^B_{\alpha}. \quad (30)$$

С помощью соотношений (13) и (25) распишем уравнения в виде

$$\frac{de^{(1)}_{\alpha}}{ds} = T^{(1)}_{(2)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^{(2)}_{\alpha} = \Omega^{(1)}_{(2)\alpha} e^{(2)}_{\alpha}. \quad (31)$$

$$\frac{de^{(2)}_{\alpha}}{ds} = T^{(2)}_{(1)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^{(1)}_{\alpha} + T^{(2)}_{(3)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^{(3)}_{\alpha} = \Omega^{(2)}_{(1)\alpha} e^{(1)}_{\alpha} + \Omega^{(2)}_{(3)\alpha} e^{(3)}_{\alpha}. \quad (32)$$

$$\frac{de^{(3)}_{\alpha}}{ds} = T^{(3)}_{(2)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds} e^{(2)}_{\alpha} = \Omega^{(3)}_{(2)\alpha} e^{(2)}_{\alpha}. \quad (33)$$

Введем обозначения

$$\kappa(s) = \Omega^{(1)}_{(2)\alpha} = T^{(1)}_{(2)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds}, \quad \chi(s) = \Omega^{(2)}_{(3)\alpha} = T^{(2)}_{(3)\gamma} \frac{dx^{\gamma}}{ds}, \quad (34)$$

тогда, с учетом (19), уравнения (31)-(33) принимают вид уравнений Френе [5]

$$\frac{dt_{\alpha}}{ds} = \kappa(s) n_{\alpha}, \quad (35)$$

$$\frac{dn_{\alpha}}{ds} = -\kappa(s) t_{\alpha} + \chi(s) b_{\alpha}, \quad (36)$$

$$\frac{db_{\alpha}}{ds} = -\chi(s) n_{\alpha}. \quad (37)$$

Здесь  $\kappa(s)$  - кривизна траектории,  $\chi(s)$  - кручение траектории. Эти два скаляра однозначно определяют любую траекторию с точностью до положения в пространстве.

#### 4. Физическая интерпретация торсионного поля

Учитывая, что  $t_\alpha = dx_\alpha / ds$ , находим из (35)

$$\frac{d^2 x_\alpha}{ds^2} = \kappa(s) n_\alpha. \quad (38)$$

Дифференцируя (36) и используя условия ортогональности (13), получим

$$\frac{d^3 x_\alpha}{ds^3} = \frac{d\kappa(s)}{ds^3} n_\alpha - \kappa^2(s) t_\alpha + \kappa(s) \chi(s) b_\alpha. \quad (39)$$

Перейдем в уравнениях (38) и (39) к параметру  $t$ , рассматривая его как время. Для этого представим 3D скорость  $v_\alpha = dx_\alpha / dt$  как

$$v_\alpha = \frac{dx_\alpha}{dt} = \frac{dx_\alpha}{ds} \frac{ds}{dt} = t_\alpha \frac{ds}{dt}. \quad (40)$$

В результате уравнения (38) и (39) принимают вид

$$\frac{d^2 x_\alpha}{dt^2} = at_\alpha + \kappa v^2 n_\alpha, \quad (41)$$

$$\frac{d^3 x_\alpha}{dt^3} = \left( \frac{da}{dt} - \kappa^2 v^3 \right) t_\alpha + \left( 3av\kappa + v^2 \frac{d\kappa}{dt} \right) n_\alpha - \kappa^2(s) t_\alpha + \kappa \chi v^3 b_\alpha. \quad (42)$$

После умножения уравнений (41) и (42) на массу  $m$ , мы получим поступательные уравнения движения ориентируемой материальной точки. Сравнивая уравнения (41) с уравнениями (10) в отсутствие внешнего воздействия ( $U = 0$ ), получим

$$W_\alpha = at_\alpha + \kappa v^2 n_\alpha. \quad (43)$$

Поскольку  $\kappa$  определяется через торсионное поле (34), то мы приходим к выводу, что торсионные поля являются источником полей инерции и, следовательно, сил инерции. Если уравнение (41) является аналогом уравнения Ньютона в механике ориентируемой точки, то уравнение (42) характерно только для новой механики, поскольку описывает динамику третьей производной координаты  $x_\alpha(t)$ .

#### 5. Система Коши для уравнений ориентируемой материальной точки

Бесконечно малое смещение ориентируемой материальной точки вдоль траектории из точки  $M$  в точку  $M'$  сопровождается поворотом векторов триады. Проектируя оси подвижной триады  $\vec{e}'_1 = \vec{t}$ ,  $\vec{e}'_2 = \vec{n}$  и  $\vec{e}'_3 = \vec{b}$  на в точке  $M'$  на оси исходной триады в точке  $M$  (рис.2), находим



$$\vec{t} = \vec{e}'_1 = \vec{e}_1(\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \cos \theta) + \vec{e}_2(\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi \cos \theta) + \vec{e}_3 \sin \psi \sin \theta, \quad (44)$$

$$\vec{n} = \vec{e}'_2 = -\vec{e}_1(\cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \cos \psi \cos \theta) - \vec{e}_2(\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi \cos \theta) + \vec{e}_3 \cos \psi \sin \theta, \quad (45)$$

$$\vec{b}' = \vec{e}'_1 = \vec{e}_1 \sin \varphi \sin \theta - \vec{e}_2 \cos \varphi \sin \theta + \vec{e}_3 \cos \theta, \quad (46)$$

Поскольку  $\vec{e}'_1 = d\vec{x}'/ds$ , то из (44)-(46) следует

$$\frac{dx}{ds} = \cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \cos \theta, \quad (47)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi \cos \theta, \quad (48)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \psi \sin \theta. \quad (49)$$

Дифференцируя третью компоненту векторов  $\vec{t}$ ,  $\vec{n}$  и вторую компоненту вектора  $\vec{b}$ , мы получаем вращательные уравнения ориентируемой материальной точки в виде

$$\frac{d\varphi}{ds} = \chi \frac{\sin \psi}{\sin \theta}, \quad (50)$$

$$\frac{d\psi}{ds} = \kappa - \chi \sin \psi \operatorname{ctg} \theta, \quad (51)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \chi \cos \psi. \quad (52)$$

Система уравнений (47)-(52) представляет собой систему Коши для шести неизвестных функций  $x, y, z, \varphi, \psi, \theta$ , которая имеет только одно решение в виде регулярных функций

$$x = x(s), y = y(s), z = z(s), \varphi = \varphi(s), \psi = \psi(s), \theta = \theta(s),$$

удовлетворяющих системе (47)-(52), с заданными начальными условиями

$$x = x_0, y = y_0, z = z_0, \varphi = \varphi_0, \psi = \psi_0, \theta = \theta_0$$

для  $s = s_0$ . Эти начальные условия имеют простой геометрический смысл. Начальные трансляционные координаты  $x = x_0, y = y_0, z = z_0$  задают положение начала  $O$  триады  $e^A_\alpha$  на траектории, а начальные углы  $\varphi = \varphi_0, \psi = \psi_0, \theta = \theta_0$  определяют начальную ориентацию векторов триады. Углы Эйлера  $\varphi = \varphi(s), \psi = \psi(s), \theta = \theta(s)$  образуют в каждой точке  $M$  траектории внутреннее пространство неголономных вращательных координат, кото-

рые, как это следует из уравнений (47)-(52), определяет динамику ориентируемой материальной точки. Переходя в уравнениях (47)-(49) к параметру времени, находим

$$v_x(x, \varphi, \psi, \theta) = \frac{dx}{ds} = v(\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \cos \theta), \quad (53)$$

$$v_y(y, \varphi, \psi, \theta) = \frac{dy}{ds} = v(\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi \cos \theta), \quad (54)$$

$$v_z(z, \varphi, \psi, \theta) \frac{dz}{ds} = v \sin \psi \sin \theta, \quad (55)$$

где  $v = ds/dt$  - абсолютная скорость. Зависимость трансляционной скорости от углов Эйлера  $\varphi = \varphi(s)$ ,  $\psi = \psi(s)$ ,  $\theta = \theta(s)$  в уравнениях (53)-(55) представляет собой аналитическое воплощение идеи Декарта о том, что всякое движение есть вращение [6].

## 6. Геометрия пространства событий 3D ориентируемой материальной точки

Учитывая все сказанное выше, естественно поставить вопрос, как устроено пространство событий, элементами которого являются ориентируемые точки? Для поиска ответа на этот вопрос представим бесконечно малый сдвиг (26) в произвольных (не декартовых) координатах как

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}^0 dx^\alpha dx^\beta = \eta_{AB} e^A_\alpha e^B_\beta dx^\alpha dx^\beta, \quad \eta_{AB} = \eta^{AB} = \text{diag}(1, 1, 1), \quad (56)$$

а бесконечно малый поворот триады (20) в виде

$$d\chi^\beta_\alpha = e^\beta_A D e^A_\alpha = e^\beta_A e^A_{\alpha,\gamma} dx^\gamma = \Delta^\beta_{\alpha\gamma} dx^\gamma. \quad (57)$$

В трансляционной метрике (56) метрический тензор

$$g_{\alpha\beta}^0 = \eta_{AB} e^A_\alpha e^B_\beta, \quad \eta_{AB} = \eta^{AB} = \text{diag}(1, 1, 1), \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3, \quad A, B, C \dots = 1, 2, 3$$

теперь определяется через неголономную триаду  $e^A_\alpha$ . С другой стороны, в соотношении (57) величина  $\Delta^\beta_{\alpha\gamma}$ , определяемая как

$$\Delta^\beta_{\alpha\gamma} = e^\beta_A e^A_{\alpha,\gamma}, \quad (58)$$

называется связностью *абсолютного параллелизма* [2]. Можно показать, что тензор кривизны пространства с метрикой (56) и связностью (58) обращается в нуль [2]

$$S^\alpha_{\beta\gamma} = 2 \Delta^\alpha_{\beta[\eta,\gamma]} + 2 \Delta^\alpha_{\rho[\gamma} \Delta^\rho_{|\beta|\eta]} = 0 \quad (59)$$

и это равенство является определением геометрии пространства событий как пространства абсолютного параллелизма. Связность (58) представляется в виде суммы

$$\Delta^\beta_{\alpha\gamma} = \Gamma^\beta_{\alpha\gamma} + T^\beta_{\alpha\gamma}, \quad (60)$$

где

$$\Gamma^\beta_{\alpha\gamma} = \frac{1}{2} g^{\beta\delta} (g_{\alpha\delta,\gamma} + g_{\gamma\delta,\alpha} - g_{\alpha\gamma,\delta}) \quad (61)$$

-символы Кристоффеля,

$$T^\beta_{\alpha\gamma} = -\Omega^{\dots\beta}_{\alpha\gamma} + g^{\alpha\delta} (g_{\alpha\mu} \Omega^{\dots\mu}_{\delta\gamma} + g_{s\mu} \Omega^{\dots\mu}_{\delta\alpha}) \quad (62)$$

- торсионное поле (коэффициенты вращения Риччи),

$$\Omega^{\dots\beta}_{\alpha\gamma} = -\Delta^\beta_{[\alpha\gamma]} = -\frac{1}{2} e^\beta_A (e^A_{\alpha,\gamma} - e^A_{\gamma,\alpha}) \quad (63)$$

- кручение геометрии абсолютного параллелизма (объект неголономности). Это объект исчезает, если угловые координаты не являются динамическими переменными, связанными со структурой пространства. При условии

$$\Omega^{\dots\beta}_{\alpha\gamma} = -\frac{1}{2} e^\beta_A (e^A_{\alpha,\gamma} - e^A_{\gamma,\alpha}) = 0 \quad (64)$$

угловые координаты  $\varphi, \psi, \theta$  становятся голономными, для которых вращательная метрика (24) обращается в нуль. В этом случае мы можем переходить от (декартовых) координат  $x, y, z$  к угловым (сферическим) координатам  $\varphi, \psi, \theta$  с помощью голономных преобразований. В результате мы получаем сферическую, цилиндрическую и т.д. системы координат, которые удобно использовать при решении многих практических задач в пространстве Евклида. Понятно, что *голономные угловые координаты  $\varphi, \psi, \theta$  не имеют никакого отношения к вращательному движению материи.*

Если разделить (57) на  $ds$ , то мы получим вращательные уравнения движения ориентированной материальной точки в виде

$$\frac{de^A_\alpha}{ds} = \Delta^\beta_{\alpha\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds} e^A_\beta = \Gamma^\beta_{\alpha\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds} e^A_\beta + T^\beta_{\alpha\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds} e^A_\beta. \quad (65)$$

Механика, в которой объект неголономности (63) отличен от нуля мы будем называть *неголономной механикой*. Основные понятия этой механики следующие:

1. Системы отсчета в ней только ускоренные.
2. Угловые координаты являются элементами пространства событий.
3. Существует две метрики – трансляционная и вращательная.
4. Элементарным объектом оказывается ориентируемая материальная точка.
5. Пространство событий ориентируемых материальных точек наделено структурой геометрии абсолютного параллелизма.
6. Кручение пространства абсолютного параллелизма обладает кручением (63), образующим торсионное поле (62).

7. Поля инерции, наблюдаемые в ускоренных системах отсчета, порождены торсионным полем (62), т. е. кручением геометрии абсолютного параллелизма.
8. Всякое движение в неголономной механике есть вращение.

## 7. Вращательная относительность

В теории «поступательной» относительности рассматривают относительность физических процессов при преобразованиях координат, связывающие (несуществующие в природе) инерциальные системы отсчета. Естественно, что это допустимо только в том случае, когда относительное ускорение реальных (ускоренных) систем отсчета очень мало. Поэтому существующая «поступательная» относительность должна быть с самого начала сформулирована как некий предельный случай вращательной относительности.

Обычно под поступательной относительностью понимается инвариантность (неизменность) уравнений физики при преобразованиях трансляционных координат между системами отсчета. В механике Ньютона такими преобразованиями являются следующие координатные преобразования (Галилея-Ньютона)

$$dx' = dx - vdt, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = dt, \quad v = const, \quad (66)$$

которые описывают переход из одной 3D инерциальной системы отсчета в другую. Поскольку инерциальные системы отсчета не меняют своей ориентации в пространстве, то вращательная метрика (57) в этом случае обращается в нуль. Поскольку с системой отсчета связано тело отсчета (допустим, с массой  $m$ ), то в системе отсчета, движущейся относительно ее со скоростью  $v = const$ , кинетическая энергия определяется как

$$E = \frac{mv^2}{2}. \quad (67)$$

Эта характеристика движения оказывается относительной величиной при преобразованиях (66). Действительно, переходя с помощью преобразований (66) в систему, которой масса  $m$  покоится, получим нулевое значение для кинетической энергии (67).

В специальной теории относительности энергия

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = mc^2 + \frac{mv^2}{2} \dots \quad (68)$$

так же относительна, поскольку с помощью преобразований Лоренца

$$dx' = (dx - vdt)\beta, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz, \quad dt' = (dt - \frac{dxv}{c^2})\beta, \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (69)$$

может быть обращена в нуль. Вращательная метрика (57) в специальной теории относительности тоже равна нулю.

В теории гравитации Эйнштейна полная энергия массы  $m$  записывается в виде

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \left( 1 + \frac{\varphi}{c^2} \right) = mc^2 + \frac{mv^2}{2} + U_N \dots, \quad (70)$$

где  $\varphi_N = -MG/r$  - потенциал Ньютона,  $U_N = -mMG/r$  - ньютоновская потенциальная энергия. Используя произвольные координатные преобразования (преобразования Эйнштейна) вида

$$dx^{i'} = \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} dx^i, \quad (71)$$

позволяющие совершить переход в локально лоренцову систему отсчета, можно обратить потенциальную энергию  $U_N = -mMG/r$  в нуль. Относительность потенциальной энергии, связана с относительность напряженности гравитационного поля  $\Gamma^i_{jk}$  при преобразованиях (71). Действительно, величины  $\Gamma^i_{jk}$  преобразуются относительно (71) не как тензор [7]

$$\Gamma^{i'}_{j'k'} = \frac{\partial^2 x^k}{\partial x^{i'} \partial x^{j'}} \frac{\partial x^{k'}}{\partial x^k} + \frac{\partial x^i}{\partial x^{i'}} \frac{\partial x^j}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^{k'}}{\partial x^k} \Gamma^k_{jk}, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (72)$$

поэтому, выбирая нормальные координаты, можно локально обратить гравитационное поле  $\Gamma^i_{jk}$  в уравнения движения

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0 \quad (73)$$

в нуль. Таким образом, в общепризнанных специальной и общей теориях относительности используются только голономные преобразования трансляционных координат  $x^i$ . Поэтому, никакой вращательной относительности, предполагающей инвариантности уравнений относительно неголономных вращательных координат, в специальной и общей теориях относительности не существует.

Что касается уравнений движения (65) неголономной механики, то они инвариантны как относительно группы трансляций  $T(3)$ , на которой задана трансляционная метрика (56), так и относительно группы вращений  $O(3)$ , на которой действует вращательная метрика

$$d\tau^2 = d\chi^A_B d\chi^B_A = T^A_{B\gamma} T^B_{\alpha\beta} dx^\gamma dx^\beta. \quad (74)$$

Относительно голономных преобразований координат в группе  $T(3)$  символы Кристоффеля  $\Gamma^\beta_{\alpha\gamma}$  в уравнениях (65) имеют не тензорный закон преобразования

$$\Gamma^{\beta'}_{\alpha'\gamma'} = \frac{\partial^2 x^\beta}{\partial x^{\alpha'} \partial x^{\gamma'}} \frac{\partial x^{\beta'}}{\partial x^\beta} + \frac{\partial x^\alpha}{\partial x^{\alpha'}} \frac{\partial x^\gamma}{\partial x^{\gamma'}} \frac{\partial x^{\beta'}}{\partial x^\beta} \Gamma^\beta_{\alpha\gamma}, \quad \left\| \frac{\partial x_{\alpha'}}{\partial x_\alpha} \right\| \in T(3), \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3, \quad (75)$$

поэтому выбором нормальных координат, можно обратить  $\Gamma^{\beta'}_{\alpha'\gamma'}$  в нуль и представить уравнения (65) в виде

$$\frac{de^A_\alpha}{ds} = T^\beta_{\alpha\gamma} \frac{dx^\gamma}{ds} e^A_\beta. \quad (76)$$

В группе  $T(3)$  торсионное поле  $T^{\beta'}_{\alpha'\gamma'}$  преобразуется как тензор [2]

$$T^{\beta'}_{\alpha'\gamma'} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x^{\alpha'}} \frac{\partial x^\gamma}{\partial x^{\gamma'}} \frac{\partial x^{\beta'}}{\partial x^\beta} T^\beta_{\alpha\gamma}, \quad \left\| \frac{\partial x_{\alpha'}}{\partial x_\alpha} \right\| \in T(3), \quad \alpha, \beta, \gamma, \dots = 1, 2, 3. \quad (77)$$

Это означает, что никакими голономными преобразованиями координат  $x^i$  невозможно ввести угловую скорость вращения  $\vec{\Omega} = d\vec{\chi}/ds$  или обратить ее в ноль. С другой стороны, в группе вращений  $O(3)$  торсионное поле  $T^A_{B\gamma}$  по локальным индексам  $A, B, C, \dots = 1, 2, 3$  имеет не тензорный закон преобразования [2]

$$T^{A'}_{B'\gamma} = \Lambda^{A'}_A T^A_{B\gamma} \Lambda^B_{B'} + \Lambda^{A'}_A \Lambda^A_{B'\gamma}. \quad (78)$$

Поэтому выбором угловых координат можно обратить торсионное поле  $T^{A'}_{B'\gamma}$  в ноль, так что вращательные уравнения движения принимают вид

$$\frac{de^A_\alpha}{ds} = 0. \quad (79)$$

В этом случае геометрия абсолютного параллелизма совпадает с геометрией Евклида и уравнения движения ориентируемой материальной точки становятся тривиальными. Таким образом, вращательная относительность - это относительность полей инерции, а преобразования вида (78) позволяют переходить из ускоренной системы отсчета в инерциальную и наоборот.

## 8. Геометризация механики системы материальных точек

Впервые геометрический метод в классической механике использовал Л. Инфельд, [7] который показал, что движение механической системы  $n$  частиц, свободной от действия внешних сил, описывается уравнениями Лагранжа с функцией Лагранжа вида

$$L = T(x^i, u^i) = \frac{M^*}{2} g_{ik} u^i u^k, \quad i, k = 1, 2, 3, \dots, n,$$

где  $M^* = m_1 + m_2 + \dots + m_n$  - полная масса системы и  $g_{ik}$  - метрический тензор конфигурационного риманова пространства с метрикой, определяемой как

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k = \frac{2T}{M^*} dt^2. \quad (80)$$

Здесь время  $t$  - «абсолютное время» классической механики. Эта формула справедлива и для системы частиц, связанных идеальными связями. Движение каждой частицы, составляющей механическую систему, описывается уравнениями геодезических конфигурационного риманова пространства

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad i, k = 1, 2, 3 \dots n \quad (81)$$

с метрикой (80).

В качестве примера, рассмотрим механическую систему, состоящую из центральной массы  $M$  и двух одинаковых масс  $m$  (рис. 3). В центре массы  $M$  расположена ось вращения, вокруг которой вращаются на нерастяжимых, невесомых стержнях  $r$  массы  $m$ . Вращение масс  $m$  происходит синхронно и в разные стороны. Такую механическую систему мы будем называть 4D гироскопом [8].

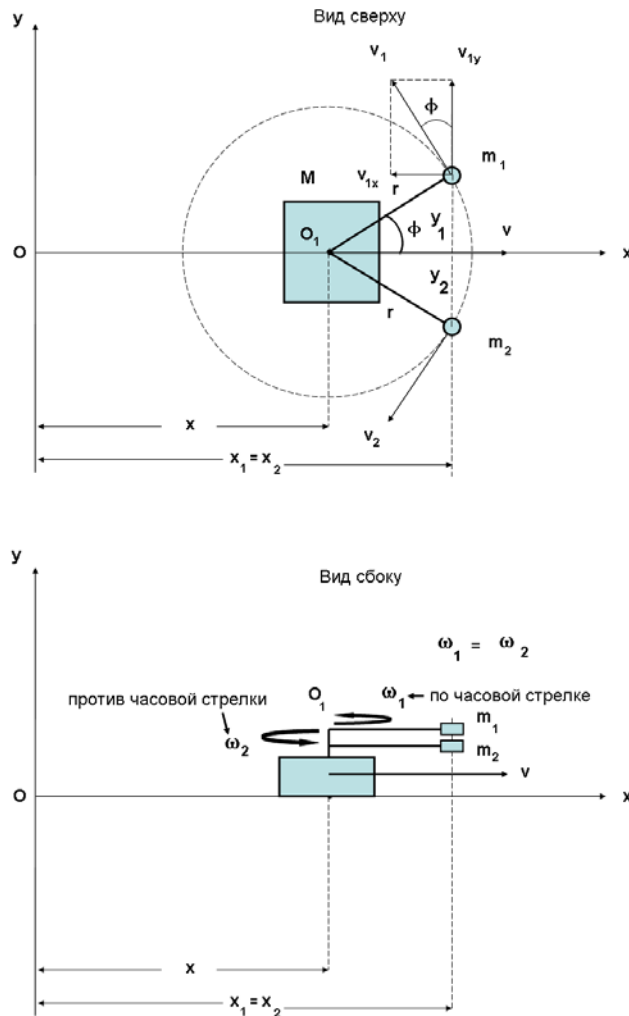


Рис.3. Принципиальная схема 4D гироскопа

Используя обозначения на рис.3 и учитывая симметрию механической системы трех тел относительно оси  $x$ , получим следующее выражение для кинетической энергии (лагранжиана) системы [8]

$$L = T = \frac{1}{2}(M + 2m)v^2 + mr^2\omega^2 - 2mrv\omega \sin \phi, \quad (82)$$

где  $v = v_x = dx/dt$  - скорость центральной массы  $M$ ,  $\omega = d\phi/dt$  - угловая скорость вращения грузов  $m$ . Подставляя соотношение (82) в уравнения Лагранжа, получаем по-

$$(M + 2m)\dot{v}_c = (M + 2m)\dot{v} - 2mr\dot{\omega} \sin \phi - 2mr\omega^2 \cos \phi = 0 \quad (83)$$

и вращательные

$$\dot{\omega} - k^2 \frac{\sin \phi \cos \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} \omega^2 = 0 \quad (84)$$

уравнения движения механической системы. Здесь  $v_c = dx_c/dt$  - скорость центра масс,  $\dot{\omega} = d\omega/dt$  - угловое ускорение  $k^2 = 2m/(M + 2m)$ .

Уравнения (83) и (84) описывают движение свободного 4D гироскопа в рамках классической механики. Интегрируя уравнения (83) и (84) получим

$$v(t) = v_c + B\omega \sin \phi(t), \quad \omega(t) = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi_0}}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi(t)}}, \quad (85)$$

где  $v_c = v_0 = const$  - начальная скорость центра масс,  $\phi_0, \omega_0$  - начальный угол и начальная угловая скорость и  $B = rk^2$ .

Согласно уравнению (83), центр масс свободного 4D гироскопа покоится или движется прямолинейно и равномерно относительно лабораторной («инерциальной») системы отсчета. При этом, вдоль оси  $Z$  на центр масс действуют три скомпенсированные силы инерции: поступательная сила инерции  $(M + 2m)\dot{v}$ , проекция на ось  $X$  центробежной силы  $-2mr\omega^2 \cos \phi$  и проекция на ось  $X$  силы инерции  $-2mr\dot{\omega} \sin \phi$ , вызванной ускоренным вращением. При отличной от нуля энергии (82) полная масса системы  $(M + 2m)$  осциллирует относительно центра масс со скоростью  $v = B\omega \sin \phi$ , а малые массы  $m$  вращаются в разные стороны с переменной угловой частотой (85). Если теперь нарушить равновесие сил инерции в уравнении (83), то центр масс 4D гироскопа начнет двигаться ускоренно. Для этого у нас есть две возможности: либо воздействовать на 4D гироскоп внешней силой, либо изменить равновесие сил инерции, управляя локально изменением угловой скорости вращения (84).

Понять и, тем более, описать процесс в рамках изменения скорости центра масс за счет изменения угловой скорости в рамках вращения грузов в механике Ньютона невозможно. Поэтому нам необходимо перейти к геометрическому описанию классической механики и связать силы инерции с кручением пространства.



Для перехода к геометрическому описанию 4D гироскопа, перепишем энергию (6) в виде [8]

$$T = \frac{M + 2m}{2} (v_c^2 + g'w^2) = \frac{M + 2m}{2} g_{ik} v^i v^k = \frac{M + 2m}{2} \dot{s}^2, \quad (86)$$

где  $w = r\omega$ ,  $g' = k^2(1 - k^2 \sin^2 \phi)$ ,  $v^1 = v_c$ ,  $v^2 = w$ ,  $\dot{s} = ds/dt$ , и

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & g' \end{pmatrix}, \quad i, k = 1, 2. \quad (87)$$

Используя координаты

$$x_1 = x_c, \quad x_2 = r\phi = \phi',$$

метрический тензор (87) и уравнения геодезических (81), получим уравнения движения (83) и (84) в виде

$$\frac{dV_c}{ds} = 0, \quad \frac{d\Omega}{ds} + \frac{1}{\sqrt{g'}} \frac{d\sqrt{g'}}{d\phi'} \Omega^2 = 0,$$

где

$$V_c = \frac{dx^1}{ds} = \frac{dx_c}{ds}, \quad \Omega = \frac{dx^2}{ds} = \frac{d\phi'}{ds}, \quad \Gamma^2_{22} = \frac{1}{\sqrt{g'}} \frac{d\sqrt{g'}}{d\phi'}.$$

Переходя к дифференцированию по времени, имеем [8]

$$\frac{dv_c}{dt} = 0, \quad (88)$$

$$\frac{dw}{dt} + \frac{1}{\sqrt{g'}} \frac{d\sqrt{g'}}{d\phi'} w^2 = 0, \quad (89)$$

Интегрирую эти уравнения, получим решение

$$v_c = const, \quad \omega(t) = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi_0}}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi(t)}}, \quad (90)$$

совпадающее с решением (85).

При геометрическом описании полезными оказываются следующие соотношения

$$v_c = \frac{dx_c}{dt} = \frac{dx_c}{ds} \frac{ds}{dt} = V_c \dot{s}, \quad w = \frac{d\phi'}{dt} = \frac{d\phi'}{ds} \frac{ds}{dt} = \Omega \dot{s}.$$

Поскольку из формулы (86) следует

$$\dot{s}^2 = v_c^2 + g'w^2 = V_c^2 \dot{s}^2 + g'\Omega^2 \dot{s}^2,$$

то

$$V_c^2 + g'\Omega^2 = 1. \quad (91)$$

Используя эти соотношения, выразим  $V_c$  и  $\Omega$  через некоторый угол  $\eta$  следующим образом

$$V_c = \cos \eta = a, \quad \sqrt{g'}\Omega = \sin \eta = b, \quad (92)$$

где  $a$  и  $b$  - константы, удовлетворяющие условию  $a^2 + b^2 = 1$ . Равенство (91) можно рассматривать как закон сохранения энергии свободного 4D гироскопа, при этом величины  $V_c$  и  $\sqrt{g'}\Omega$  могут принимать различные (постоянные) значения от нуля до единицы при одной и той же полной энергии (82).

## 9. 4D гироскоп в механике ориентируемой материальной точки

Отметим, что во вращательных уравнениях (84) и (89) угловая переменная  $\phi$  является голономной, что, казалось бы, допустимо только в случае плоского вращения по одной угловой координате. На самом же деле, как мы покажем ниже, это не всегда справедливо в неголономной механике. Действительно, запишем соотношения (92) для 4D гироскопа в виде

$$V_c(t) = \cos \eta(t) = a(t), \quad \sqrt{g'}\Omega(t) = \sin \eta(t) = b(t), \quad (93)$$

но при условии, что

$$a^2(t) + b^2(t) = 1. \quad (94)$$

Это условие соответствует закону сохранения энергии (86)

$$\frac{d}{dt} T = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} (M + 2m)v^2 + mr^2 \omega^2 - 2mrv\omega \sin \phi \right) = 0. \quad (95)$$

но при этом скорость центра масс  $V_c(t) = \cos \eta(t) = a(t)$  будет переменной.

Соотношения (93)-(95) показывают, что существует обмен между кинетической энергией центра масс и вращательной энергией системы при сохранении ее полной энергии. Этот гироскопический эффект существует благодаря неголономной связи между вращательной поступательной энергиями системы вида  $-2mrv\omega \sin \phi$  в (95).

Представим метрический тензор (87) в неголономной механике для 4D гироскопа как

$$g_{jk} = \Lambda_{ab} e^a_j e^b_k dx^j dx^k, \quad i, j, k \dots = 1, 2, \quad a, b, c \dots = 1, 2, \quad (96)$$

где

$$\Lambda_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и ортонормированная неголономная тетрада  $e^a_k$  определяется как

$$e^b_k(\eta(t)) = \begin{pmatrix} \cos \eta & \sqrt{g'} \sin \eta \\ -\sin \eta & \sqrt{g'} \cos \eta \end{pmatrix}, \quad e^k_a(\eta(t)) = \begin{pmatrix} \cos \eta & -\sin \eta \\ \frac{1}{\sqrt{g'}} \sin \eta & \frac{1}{\sqrt{g'}} \cos \eta \end{pmatrix}, \quad (97)$$

$$g' = k^2(1 - k^2 \sin^2 \phi).$$

Уравнения движения в метрике (96) принимают вид

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} + T^i_{jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, \quad i, j, k \dots = 1, 2, \quad a, b, c \dots = 1, 2, \quad (98)$$

или

$$\frac{dV_c}{ds} = -\sqrt{g'} \frac{d\eta}{d\phi'} \Omega^2, \quad (99)$$

$$\frac{d\Omega}{ds} + \frac{1}{\sqrt{g'}} \frac{d\sqrt{g'}}{d\phi'} \Omega^2 = \frac{1}{\sqrt{g'}} \frac{d\eta}{d\phi'} \Omega V_c. \quad (100)$$

Правая часть этих уравнений порождена торсионным полем  $T^i_{jk}$ , которое вызывает изменение скорости центра масс без всякого внешнего воздействия. Переходя к дифференцированию по времени и вводя обозначение

$$\Phi(t) = -\frac{\sqrt{g'}}{k^2} \frac{d\eta}{dt}, \quad (101)$$

запишем уравнения (99) и (100) как

$$\frac{dv_c}{dt} = B\Phi\omega, \quad B = rk^2, \quad (102)$$

$$\frac{d\omega}{dt} - k^2 \frac{\sin \phi \cos \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} \omega^2 = -\frac{k^2}{rg'} \Phi v_c. \quad (103)$$

Уравнения (102), (103) можно представить в виде

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{dv}{dt} - B \frac{d}{dt}(\omega \sin \phi) = B\Phi\omega, \quad (104)$$

$$r \frac{d\omega}{dt} - \frac{dv}{dt} \sin \phi = -\Phi v. \quad (105)$$

Из уравнений (104) и (105) видно, что  $(M + 2m)B\Phi\omega$  меняет скорость центра масс 4D гироскопа и момент силы инерции  $-2mr\Phi v$  меняет угловую скорость  $\omega$  вращения грузов  $m$ . Умножая (105) на  $2mr\omega$ , а уравнение (104) на  $(M + 2m)v$  и скалывая их, получим закон сохранения энергии (95), который можно записать как

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} (M + 2m) v_c^2(t) \right) = - \frac{d}{dt} \left( m r^2 \omega^2(t) \{1 - k^2 \sin^2 \phi(t)\} \right). \quad (106)$$

Эта формула показывает, что изменение внутренней вращательной энергии системы изменяет ее скорость центра масс, и, наоборот, при сохранении полной энергии системы.

Полную энергию свободного 4D гироскопа в соотношении (106) можно записать как

$$T = E + W + H = E_c + W(1 - k^2 \sin^2 \phi) = const \quad (107)$$

где

## 10. Экспериментальная проверка закона сохранения импульса 4D гироскопа

Из закона сохранения полной энергии (106) можно найти закон сохранения полного импульса. Специально для случая, когда 4D испытывает короткий удар корпуса о стенку, при котором выполняются условия

$$P' = \frac{1}{2} (M + 2m) v'^2 = \frac{1}{2} (M + 2m) v^2 = P = const, \quad (108)$$

$$\phi' = \phi = const, \quad (109)$$

мы получаем следующую связь между импульсами до и после удара

$$P'_c = -P_c(1 - 2k^2 \sin^2 \phi(t)) + K(1 - k^2 \sin^2 \phi(t)), \quad (110)$$

$$K' = K(1 - 2k^2 \sin^2 \phi(t)) + 2P_c k^2 \sin^2 \phi(t). \quad (111)$$

Здесь  $P_c = (M + 2m)v_c^2 / 2$  и  $P'_c = (M + 2m)v_c'^2 / 2$  - импульс центра масс системы до и после удара,  $K = -2mr\omega \sin \phi$  и  $K' = -2mr\omega' \sin \phi'$  - вращательный импульс до и после удара.

Из формул (110), (111) видно, что после удара меняется как скорость центра масс, так и угловая скорость.

Для проверки формул (110), (111) была создана экспериментальная установка (рис.4).



Рис.4. Экспериментальная установка для проверки связи между скоростью центра масс и угловой скоростью вращения грузов

Для этого была использована горизонтальная поверхность, на которой были установлены горизонтальные рельсы. По рельсам свободно двигался 4D гироскоп (рис.5).

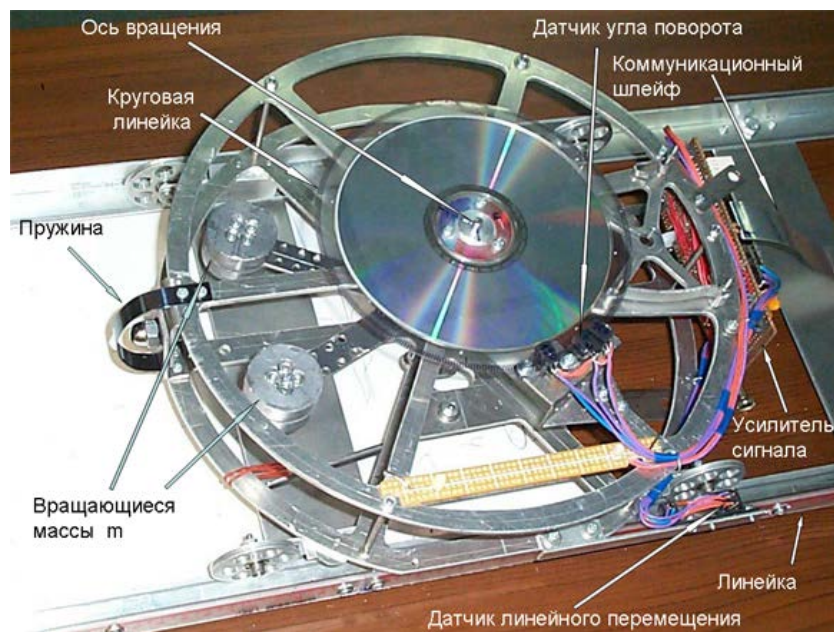


Рис. 5. 4D гироскоп с системой регистрации на стенде

Гироскопу рукой придавалась некая начальная скорость, после чего он ударялся о стенку и, после упругого удара, отскакивал от нее [http://www.youtube.com/watch?v=M2L4JgN\\_8go](http://www.youtube.com/watch?v=M2L4JgN_8go)

На рис.6 представлены теоретические и экспериментальные графики одиночного упругого удара о стенку. Кроме одиночных ударов, в эксперименте наблюдаются двойные, тройные и т.д. (максимально, мы наблюдали шестерные) удары, когда корпус после удара о стенку

вновь возвращается к стенке и ударяется еще несколько раз (см. фильм на Youtube и рис.7).

На рис.6 представлены теоретические и экспериментальные графики одиночного упругого

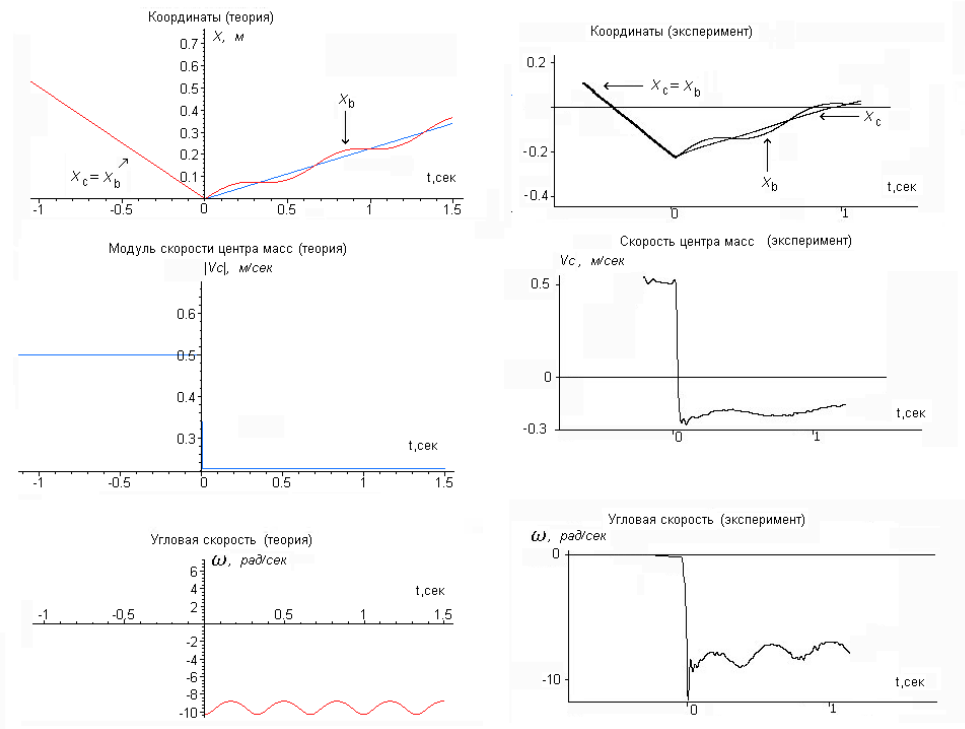


Рис.6. Одиночный упругий удар 4D гироскопа о стенку; теория и эксперимент

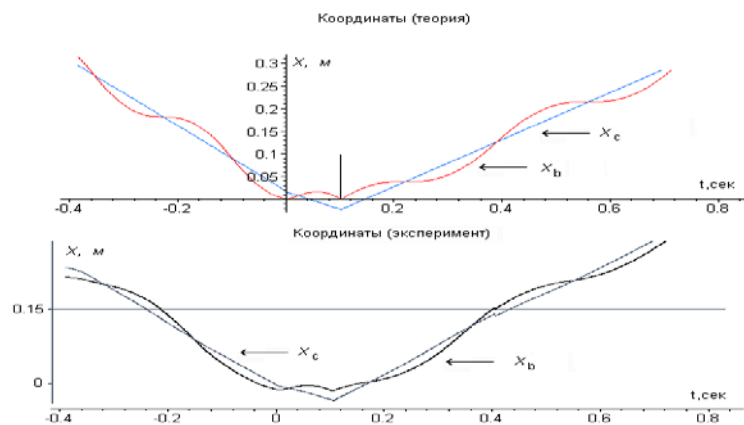


Рис. 7. Двойной упругий удар о стенку; теория и эксперимент

## 11. Внутренний удар свободного 4D гироскопа

В предыдущем разделе мы рассмотрели короткий внешний удар, который, фактически, меняет начальную скорость  $v_0$  и начальную угловую скорость  $\omega_0$  при условии сохранения полной энергии 4D гироскопа. Поэтому мы должны были записать вместо (106) уравнение

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} (M + 2m) v_c^2(t) + m r^2 \omega^2(t) \{1 - k^2 \sin^2 \phi(t)\} \right) = F(t) v. \quad (112)$$

Здесь  $F$  - сила, действующая на центральную массу  $M$ . Для короткого внешнего удара о стенку сила представляется в виде  $F = F_0 \delta(t - t_0)$ , где  $\delta(t - t_0)$  - дельта функция Дирака,  $t_0$  - время удара.

Кроме внешнего воздействия, скорость центра масс можно изменить внутренним образом, поместив внутри корпуса специальное устройство, которое Н.В. Толчин назвал мотор-тормозом [9]. Задача мотор-тормоза состояла в том, чтобы изменять угловую скорость вращения грузов  $m$  в различных угловых секторах. В этом случае, вместо (112) имеем

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} (M + 2m) v_c^2(t) + m r^2 \omega^2(t) \{1 - k^2 \sin^2 \phi(t)\} \right) = L(t) \omega, \quad (113)$$

где  $L(t)$  - момент на валу вращения грузов  $m$ , создаваемый мотор-тормозом. В самом простом эксперименте 4D гироскоп стоял на горизонтальной поверхности (скорость = 0 и угловая скорость вращения  $\omega = 0$ ). При этом полная энергия (86) равна нулю. Внутри корпуса гироскопа закреплена стальная пружина во взведенном положении (запас внутренней энергии) и тормоз. В некоторый момент времени  $t$ , когда грузы расположены на углах  $150^\circ$ , пружина раскручивает грузы  $m$ , создавая на оси вращения грузов  $m$  момент  $L(t)$  (рис.8). Когда грузы

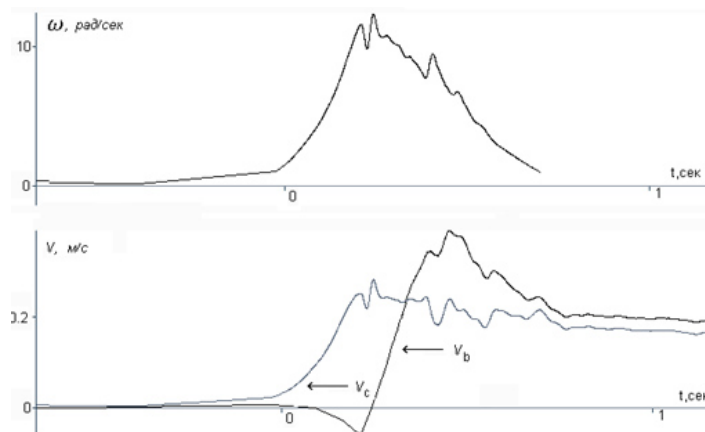


Рис. 8. Изменение скорости центра масс  $v_c$  под действием внутреннего момента, созданного мотор-тормозом,  $v_b$  - скорость корпуса

повернуться на  $250^\circ$  от исходного положения, начинает работать тормоз так, что частота вращения  $\omega$  обращается в нуль при положении грузов на углах  $150^\circ$ . В результате неголономной связи между поступательными и вращательными координатами, вместо уравнений (104), (105), в данной ситуации мы имеем [8]

$$\frac{dv_c}{dt} = \left( \frac{L(t)}{2mr} \frac{k^2 \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + k^2 \Phi \frac{r\omega - v \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} \right), \quad (114)$$

$$\frac{d\omega}{dt} - \frac{k^2 \omega^2 \cos \phi \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} = \left( \frac{L(t)}{2mr^2} \frac{1}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{\Phi B \omega \sin \phi - v}{r} \frac{1}{1 - k^2 \sin^2 \phi} \right). \quad (115)$$

Из этих уравнений видно, что скорость центра масс 4D гироскопа можно изменить путем управления вращением внутри системы.

## 12. Множественные внутренние удары 4D гироскопа

Полученные нами теоретические и экспериментальные результаты показывают, что можно осуществить множественные внутренние удары и заставить двигаться центр масс 4D гироскопа нужным нам способом. Для этого мотор-тормоз был заменен сервомотором (см. рис.9 справа), который управлялся специально разработанной компьютерной программой. Программа тормозила и ускоряла вращение грузов в определенных угловых



Рис.9. Слева подвешенная к тележке на нитях лодка, справа 4D гироскоп, управляемый через компьютер

секторах, при этом 4D двигался только вперед, опровергая возражения оппонентов, утверждавших, что причиной движения являются силы трения между колесами поддерживающей тележки и подстилающей поверхностью. В представленном на youtube фильме <http://www.youtube.com/watch?v=IrJ79rZKTp4> 4D гироскоп движется по стеклянной горизонтальной поверхности в прямом и обратном направлении. Чтобы исключить аэродинамические эффекты, гироскоп был накрыт, в некоторых экспериментах, пластмассовым колпаком <http://www.youtube.com/watch?v=IeWk5vIElbo>. Более того, для понижения влияния сил трения между колесами и поддерживающей стеклянной поверхностью, она



была смазана маслом [http://www.youtube.com/watch?v=SXOKT3\\_SPS0](http://www.youtube.com/watch?v=SXOKT3_SPS0) , при этом скорость движения 4D гироскопа только увеличилась.

В 2000 году на семинаре в Америке, организованном НАСА я показал фильмы эти фильмы. После моего выступления Жан Поль Вижье (ученик де Бройля) предложил мне подвесить 4D гироскоп на нитях к тележке, которая может свободно двигаться по рельсам вверху (см. рис. 9 слева). При этом он сказал, что если тележка вверху будет двигаться, то нам придется переписывать учебники по теоретической механике. Когда я вернулся в Таиланд, где в то время находилась моя лаборатория, предложенный Вижье эксперимент дал положительные результаты <https://www.youtube.com/watch?v=87FXJ7hzzeE> .

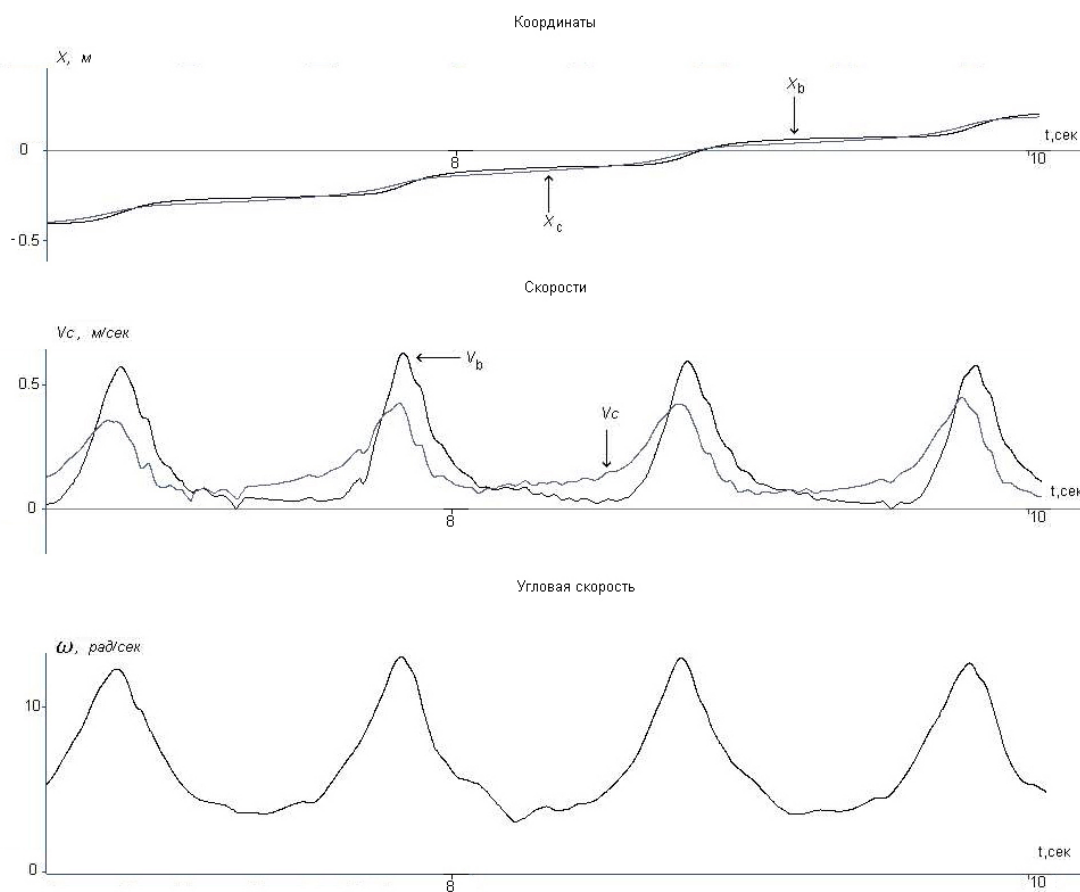


Рис.10. Графики движения 4D гироскопа, управляемого через компьютер: вверху  $x_c$  - координата центра масс,  $x_b$  - координата корпуса; в середине  $v_c$  - скорость центра масс,  $v_b$  - скорость корпуса; внизу  $\omega$  -угловая скорость вращения грузов

На рис. 10 представлены экспериментальные графики, из которых следует корреляция между угловой скоростью вращения грузов  $\omega$  и линейной скоростью движения центра масс  $v_c$ . Кроме того, видно, что корпус движется только вперед ( $v_b \geq 0$ ) , поэтому силы трения могут только препятствовать движению, поскольку поддерживающие колеса крутятся только вперед.

## Заключение

Основные выводы работы следующие:

1. Со времен Ньютона и до наших дней в официальной науке не было, и до сих пор нет, уравнений физики, удовлетворяющих требованию вращательной относительности. Никто не вводил вращательных координат как элементов пространства и, соответственно, вращательной метрики (74) пространства.
2. Торсионные поля (22) косвенным образом проявляли себя в классической механике со времен Ньютона через силы инерции, но их значение в механике становится понятным только сейчас.
3. В природе нет инерциальных систем отсчета. Поэтому с самого начала «правильная» классическая механика должна сразу формулироваться в ускоренных системах отсчета. Механика ускоренных систем отсчета не голономна, поскольку всякое ускоренное движение есть вращение и связь между голономными трансляционными координатами (например, координатами Декарта) и неголономными вращательными (например, углами Эйлера) неголономна.
4. Любое физическое движение сводится к вращению (гипотеза Декарта).
5. Введение неголономных вращательных координат в классической механике позволяет сделать четвертое обобщение (до этого были три: специальная, общая теории относительности и квантовая механика) классической механики, которое я назвал механикой Декарта [6].
6. Законы сохранения механики Декарта обобщают законы сохранения механики Ньютона, поэтому возникла возможность создать транспортное средство принципиально нового типа, которое преобразует запас внутренней энергии аппарата в поступательную энергию центра масс [8].
7. Теоретические исследования 4D гироскопа приводят нас к выводу, что такой гироскоп является простейшим прибором для управления пространством и временем - [10-13].

К сожалению, вместо серьезного обсуждения полученных результатов, Российская академия наук в лице академика Рубакова В.А., проявляя полнейшее незнание проделанной работы, занимается шельмованием и передергиванием фактов [14]. Например, Рубаков В.А, пишет:

«Что же за всем этим кроется? Уровень книги лучше всего характеризует следующий пример. В разделе 3.8.1 автор заявляет, что торсионные взаимодействия имеются уже в классической механике, а в разделе 3.12 описывает механизм под названием «четырёхмерный гироскоп с самодействием», позволяющий сообщить ускорение центру масс действием внутренних (!) сил. Проще говоря, Г.И. Шипов открыл способ вытащить самого себя из болота, только в отличие от барона Мюнхгаузена он предлагает не тащить себя за волосы, а специальным образом размахивать руками. Самое замечательное, что автор «получил» этот результат в рамках механики Ньютона, где, как известно из школьного курса физики, закон сохранения импульса замкнутой системы выполняется точно и всегда. Автора это не смущает. Вместо того, чтобы найти ошибку в своих рассуждениях (а

сделать это нетрудно: я предложил найти ошибку десятиклассникам одной из московских физико-математических школ, и они с этим заданием довольно быстро справились), он сначала (раздел 4.6) приводит «экспериментальные доказательства» не сохранения импульса в механике, а затем (с. 295, 296) рисует радужную картину передвижения на новом транспорте с «торсионным двигателем»».

Да, я утверждаю, что торсионные поля, которые я изучаю, проявляют себя уже в классической механике и чем быстрее академик Рубаков (и иже с ним) поймет это, тем интенсивней будет развиваться наука физика в России.

13.11.2013

## Литература

1. *Penrose R.* // The Road to Reality. Alfred F. Knopf - New York, 2005. P.1099.
2. *Шипов Г.И.*// ТЕОРИЯ ФИЗИЧЕСКОГО ВАКУУМА, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. 450 с.
3. *Ольховский И.И.* // Курс теоретической механики для физиков. М.: Наука, 1970.
4. *Ricci G.* // Mem. Acc. Linc. 1895. Vol. 2. Ser. 5. P. 276-322.
5. *Frenet G.*// Jour. de Math. 1852. Vol. 17. P. 437-447.
6. *Shipov G.* // Decartes' Mechanics – Fourth Generalization of Newton's Mechanics. In "7 th Intern. Conference Computing Anticipatory Systems " ~ HEC - ULg, Liege, Belgium, 2005, ISSN 1373-5411 ISBN 2-930396-05-9 P. 178
7. *Infeld L.*// An Interpretation of the Einstein World Geometry on the Basis of Classical Mechanics, Physic. Zeitschr. XXXII, 1931, pp. 257-265.
8. *Шипов Г.И.*// 4D ГИРОСКОП В МЕХАНИКЕ ДЕКАРТА. Кирилица, 2006, с. 74  
[http://www.shipov.com/files/021209\\_tolchdescart.pdf](http://www.shipov.com/files/021209_tolchdescart.pdf)  
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/004a/02311026.htm>
9. *Толчин В.Н.* // Инерциоид. Силы инерции как источник движения. Пермь. 1977.
10. *Шипов Г.И., Сидоров А.Н.*// Искривление пространства двигателями Алькубьерре и Толчина, . Винница: ЧП «Веда», 2011, с.27.  
[http://www.einsteinandtesla.com/link\\_files/090111\\_space\\_warp.pdf](http://www.einsteinandtesla.com/link_files/090111_space_warp.pdf) ,  
<http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/02311084.htm> .
11. *Кречет В.Г.*// Grav. and Cosmology, № 4, 2007.
12. *Alcubierre, M.* // "The warp drive: hyper-fast travel within general relativity". *Class. Quant. Grav.* Vol.11. L73–L77. (1994).
13. *Шипов Г.И., Сидоров А.Н.*// Искривление пространства двигателями Алькубьерре и Толчина. 2010. <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/02311084.htm>
14. *Рубаков В.А.*// УФН, т. 170, №3, 2000, с. 351-352.