Алексей Стахов

Мой доклад в Харьковском авиационном институте и некоторые размышления о Математике Гармонии и Золотом Сечении под впечатлениепм статьи Теодора ЛАНДШЕЙДТА «КОСМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ»

Меня радует, что интерес к «золотому сечению» не увядает в современной науке. Недавно доктор экономических наук, профессор Иван Ткаченко, увлеченный «золотым сечением» еще с тех пор, когда мы вместе работали в Винницком Техническом Университете, а издательстство «Радио и Связь» опубликовало мою книгу **«Коды золотой пропорции (1984)**, прислал мне ссылку на статью Теодора ЛАНДШЕЙДТА **«КОСМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ»** http://arbuz.uz/y_zol.html. Статья была опубликована в журнале KOSMOS (Autumn 1995-Winter 1996), который издаётся Международным обществом астрологических исследований (ISAR)

Статья мне понравилась и стала причиной написания этой статьи, в которой я попытался изложить мои размышления по поводу Математики Гармонии и Золотого сечения, чем я активно занимаюсь свыше 40 лет.

Многим моим поклонникам хорошо известно, что в 2009 г. международное издательство “World Scientific” опубликовало мою книгу **“The Mathematics of Harmony. From Euclid to Contemporary Mathematics and Computer Science”.** https://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/6635

Но не всем известно, что это же издательство позже опубликовало еще две мои книги:

- “The “Golden” Non-Euclidean Geometry” (2016, соавтор доктор физико-математических наук Самуил Арансон) https://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/9603

- “Numeral Systems with Irrational Bases for Mission-Critical Applications” https://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/10671

Более того. В этом году это же издательство заключило со мной и моим соавтором Самуилом Арансоном договор о публикации 3-томной книги **“Mathematics of Harmony as a New Interdisciplinary Direction of Modern Science”.** По нашей задумке, эта книга, предназначенная, прежде всего, для студентов колледжей и университетов, должна стать своеобразной энциклопедией Золотого Сечения. Книга написана под влиянием статьи **«Математика Гармонии» Профессора Стахова»,** написанной главой Украинской математической школы, академиком Национальной Академии наук Украины **Юрием Митропольским** и опубликованной в философском сборнике **“Totalogy-XXI”,** Национальная Академия наук Украины, 2007, №17/18,**)** .

Цитата из этой статьи гласит:

«Своими новейшими публикациями проф. Стахов по существу завершил цикл многолетних исследований по созданию нового направления в математике – ***Математики Гармонии.*** *Возникает вопрос, какое место в общей теории математики занимает созданная Стаховым Математика Гармонии? Мне представляется, что в последние столетия, как выразился когда-то Н.И. Лобачевский, «математики все свое внимание обратили на высшие части Аналитики, пренебрегая началами и не желая трудиться над обрабатыванием такого поля, которое они уже раз перешли и оставили за собою». В результате между «элементарной математикой», лежащей в основе современного математического образования, и «высшей математикой» образовался разрыв. И этот разрыв, как мне кажется, и заполняет «Математика Гармонии», разработанная А.П. Стаховым. То есть «Математика Гармонии» — это большой теоретический вклад в развитие, прежде всего, «элементарной математики», создание которой началось в Древней Греции, и отсюда вытекает важное значение «Математики Гармонии» для математического образования»*

31 октября 2018 г. я выступил по Скайпу с обширным докладом в Национальном Аэрокосмическом Университете (Харьковский Авиационный Институт). Тема доклада совпадает с названием нашей с Арансоном 3-томной книги. Доклад был посвящен 60-летию факультета радиоэлектроники, компьютерных систем и инфокоммуникаций Национального Аэрокосмического Университета имени Н.Е. Жуковского. Я являюсь первым выпускником этого факультета, который

получил научную степень доктора технических наук (1972) и ученое звание профессора по кафедре информационно-измерительной технике (1974). Именно поэтому я и был приглашен сделать доклад в этом выдающемся университете Украины, который я закончил с отличием в 1961 г.

В докладе я представил слушателям 7 моих лучших книг, опубликованных на английском (3 книги) и русском языках (4 книги).

Книги на анлийском языке:

1. Alexey Stakhov. Assisted by Scott Olsen. **"The Mathematics of Harmony. From Euclid to Contemporary Mathematics and Computer Science", World Scientific,** **2009** https://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/6635

2. Alexey Stakhov and Samuil Aranson. Assisted by Scott Olsen. **"The "Golden" Non-Euclidean Geometry", World Scientific,** 2016 https://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/9603

3. Alexey Stakhov **"Numeral Systems with Irrational Bases for Mission-Critical Applications", World Scientific,** 2017

https://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/10671

Русскоязычные книги:

4. Алексей Стахов. Введение в алгоритмическую теорию измерения. Москва, Советское Радио, 1977

5. Алексей Стахов. Алгоритмическая теория измерения. Москва, Знание, 1979

6. Алексей Стахов. Коды золотой пропорции. Москва, Радио и Связь, 1984

7. Алексей Стахов, Анна Слученкова, Игорь Щербаков. Код да Винчи и ряды Фибоначчи. Санки-Петербург, Питер, 2006.

Пожалуй, наиболее близкой к статье Теодора ЛАНДШЕЙДТА является моя русскоязычная книга **«Код да Винчи и ряды Фибоначчи»**, написанная в соавторстве с Анной Слученковой и Игорем Щербаковым.

В докладе излагается история Золотого Сечения и концепции Гармонии от античного периода до наших дней и перспективы развития этого направления в современной математитке, информатике и цифровой метрологии («золотые» гиперболические функции Фибоначчи и Люка, как новый класс элементарных функций, компьютеры Фибоначчи, самокорректирующиеся АЦП и ЦАП, помехоустойчивая память на основе кодов Стахова) .

Должен заметить, что я не единственный из современных ученых, которые пропагандируют идеи Гармонии и золотого сечения в современной науке. Здесь уместно отметить книгу **"HARMONY. A NEW WAY OF LOOKING AT OUR WORLD"**, написанную **Его Королевским Высочеством Чарльзом, Принцем Уэльским** с соавторами и опубликованную в 2010 г., а также книгу **«Математика и История Золотого Сечения»,** написанную выдающимся армянским философом и физиком по своему базовому образованию **Грантом Аракеляном** и опубликованную в 2014 г. издательством «Логос» (Москва).

В Предисловии к своей книге "**Harmony. A New Way of Looking at Our World**" (2010) Его Королевское Высочество Чарльз, Прниц Уельский обращается ко всему человечеству со следующим призывом:

«Это призыв к Революции. Земля находится под угрозой. Она не может справиться со всем, что мы требуем от нее. Она теряет равновесие, и мы, люди, способствуем тому, чтобы это случилось».

Книга Гранта Аракеляна, по моему мнению, является лучшей книгой по истории Золотого Сечения и содержит много интересной информации, касающейся математики Золотого Сечения. Она состоит из двух частей:

Часть I. Математика Золотого Сечения

Часть II. История Золотого Сечения

В книге излагается история Золотого Сечения с древнейших времен до начала 70-х годов 20-го века. В этой связи упоминаются имена выдающихся исследователей, внесших фундаментальный вклад в развитие математики Золотого Сечения: **Пифагор, Платон, Евклид, Фибоначчи, Пачоли, Леонардо да Винчи, Дюрер, Кеплер, Бине, Цейзинг, Фехнер, Люка, Клейн, Корбюзье, Дали.** Называются также имена российских авторов: **Гримм, Розенов, Сабанеев, Флоренский, Лосев, Эйзенштейн, Воробьев** и др.»

Таким образом, как вытекает из книги Аракеляна, развитие математики Золотого Сечения и ее приложений - это результат многовековой деятельности выдающихся ученых и мыслителей, начиная с Пифагора, Платона и Евклида.

В своем обосновании новой книги **“Mathematics of Harmony as a New Interdisciplinary Direction of Modern Science”** ее авторы (Алексей Стахов и Самуил Арансон) написали следующее:

*«Мы можем с уверенностью сказать, что вышеупомянутые книги Стахова и Арансона (2009, 2016, 2017), книга Принца Уэльского с соавторами (2010) и книга Аракеляна (2014) - это **начало революции** в современной науке. Суть этой революции заключается в обращении к фундаментальной древнегреческой идее **Гармонии (Золотое Сечение и тела Платона)**, которая может спасти нашу Землю и человечество от приближающейся угрозы их уничтожения».*

С вышеизложенными идеями хорошо согласуется следующее высказывание, взятое из книги **“A new kind of social science” (**2005 г.), написанной болгарским ученым в области кибернетики Владимиром Димитровым (кстати, выпускником Киевского Политехнического Института):

*“Предпосылкой для Гармонии для греков была фраза **«ничего лишнего».** Эта фраза содержала таинственные положительные качества, которые стали объектом изучения лучших умов. Мыслители, такие как Пифагор, стремились разгадать тайну Гармонии как нечто невыразимое и освещенное математикой.*

***Математика Гармонии**, изученная древними греками, по-прежнему является вдохновляющей моделью для современных ученых. Решающее значение для этого было открытие количественного выражения Гармонии во всем удивительном разнообразии и сложности природы через **Золотое Сечение,** которое приблизительно равно 1,618.”*

В своем докладе в Харьковском авиационном институте (31 октября 2018) я привлек внимание слушателей к следующим идеям, имеющим отношение к моей «научной философии».

Филлотаксис Тьюринга и числа Фибоначчи

Английский математик Алан Тьюринг известен всему научному сообществу как создатель теоретической информатики. Но не всем известно, что Тьюринг в последние годы своей жизни интересовался числами Фибоначчи, которые широко проявляют себя в ботаническом явлении **филлотаксиса**. Видимо, Тьюринг как гениальный ученый и мыслитель, одним из первых в современной науке осознал, что **Природа – гениальный математик, который использует числа Фибоначчи в своих творениях!** Он пытался раскрыть эту величайшую тайну Природы. Его преждевременная смерть в 1954 г., видимо, помешала ему сделать это. Но исследования в этом направлении продолжаются.

Музей Гармонии и Золотого Сечения

На Интернете выставлено огромное количество сайтов, посвященных Гармонии и Золотому Сечению. В 2001 г. я и моя дочь Анна выставили на Интернете сайт **«Музей Гармонии и Золотого Сечения».** Особенность этого сайта состояла в том, что он был представлен на 2-х языках: русском и английском. Именно благодаря этому сайту у меня были установлены контакты со многими западными учеными – **американским философом Скотом Олсеном**, лидером американской науки в области ЗС, американским математиком **Джеем Каппраффом**, автором многих книг, написанным на стыке математики и искусства, **российско-американским математиком Самуилом Арансоном**, а также с **современными западными художниками**, влюбленными в числа Фибоначчи и Золотое

Сечение. Эти художники пытаются художественно отобразить числа Фибоначчи и Золотое Сечение в своих картинах

Моя первая книга «Введение в алгоритмическую теорию измерения»

Это книга опубликована издательством Советское Радио в 1977 г. В этой книге изложена новая математическая теория измерения, которую я назвал **Алгоритмической Теорией Измерения.** Чтобы оценить значение этой книги для развития современной науки, достаточно обратиться к истории математики.

Известный историк математики Э. Кольман в своей книге «История математики в древности» обращает внимание на тот факт, что «при своем зарождении понятие числа, ставшее затем основой арифметики, не только имело конкретный характер, но и было неотделимо от понятия измерения, легшего позднее в основу геометрии. В поцессе дальнейшего развития эти понятия все больше дифференцируются вместе с тем каждый раз на новом, высшем этапе происходит их объединение».

В моей первой книге «Введение в алгоритмическую теорию измерения (1977 г.) излагается не только «теория оптимальных алгоритмов измерения», но также анализируются их приложения в современной информатике и цифровой метрологии, которыми являются новые позиционныне представления натуральных чисел, которые я назвал *p-кодами Фибоначчи.* Это означает, что **Алгоритмическая Теория Измерения (АТИ) - это есть объединение математической теории измерения и элементарной теории чисел на современном этапе развития математики.**

Концепция компьютеров Фибоначчи

Как было сказапно выше, оптимальные алгоритмы измерения, полученные в АТИ, порождают *p-коды Фибоначчи,* которые, в свою очередь, являются обобщением классического двоичного кода, основы современных компьтеров. Из этих рассуждений вытекает следующий вызов **компьютерной технике: нельзя ли использовать *p*-коды Фибоначчи для создания новых компьютерных арифметик, которые станут основой для проектирования новых компьютеров, компьютеров Фибоначчи?**

Что нового могут дать компьютеры Фибоначчи компьютерной науке? Ответ на этот вопрос таков. В отличие от классического двоичного кода, который обладает «нулевой избыточностью» и «нулевой способностью» обаруживать и исправлять ошибки, ***p*-коды Фибоначчи обладают кодовой избыточностью, достаточной для эффективного обнаружения ошибок в информационных системах**, что уменьшает вероятность появления **«ложных выходных данных»**, которые могут привести к технологическим и даже социальным катастрофам.

Мое выступление на объединенном заседании Кибернетичского и Компьютерного обществ Австрии

В 1976 г. мне очень повезло. **Министерство высшего образования СССР отобрало меня для 2-месячной научной командировки в Австрию**, где я начал работать в качесвте Визитинг-Профессора Института Обработки Информации Венского Технического Университета, где я представлял советскую науку в Австрии. Повидимому, причиной выбора моей кандидатуры для такой престижной командировки среди советских докторов наук стало мое неплохое знание немецкого языка. Кроме того, я был одним из самых молодых советских докторов наук в области компьютерной техники, развивал оригинальное научное направление, публиковал много научных статей и возглавлял кафедру информацинно-измерительной техники Таганрогского Радиотехнического Института. Все это было принято во внимание Минвузом СССР.

На заключительной стадии моего пребывания в Австрии мне предложили выступить с докладом по моему научному направлению на объединенном заседании Кибернетического и Компьютерного обществ Австрии. Мой доклад состоялся 3 марта 1976 г. и назывался **«Алгоримическая Теория Измерения и Основания Компьютерной Арифметики»**. В докладе я впервые обосновал **«концепцию Компьютеров Фибоначчи»** как нового направления в информатике. В Посольстве СССР в Австрии, которое принимало решение о целесообразности моего выступления по новому направлению в компьютерной науке (компьютеры Фибоначчи), меня предупредили, что от результатов моего выступления будет зависеть дальнейшая судьба моей научной карьеры.

Следует отметить, что организаторы моего выступления очень серьезно подготовились к моему выступлению, учитывая «революционное» содержание доклада. На доклад были приглашены ведущие ученые Австрии в области информатики, на нем присутствовали ученые ФРГ, сотрудники Австрийско-Американской научной лаборатории фирмы IBM, а также представители Советского посольства в Австрии. Мой доклад длился 1час 20 минут и был высоко оценен участниками заседания. Это подтверждается отзывами 4-х известных ученых Австрии в области математики, информатики и кибернетики.

По существу, это успешное мое выступление стало **началом международного признания моего научного напрвления.**

На следующей день я встретился с предствителем Посольства СССР в Австрии и вручил ему отзывы на мой доклад. Представитель Посольства **передал мне поздравление Посла СССР** в Австрии с таким успешным завершением моей научной командировки в Австрии и сказал мне, что Посол СССР в Австрии принял решение проинформировать высшие научные инстанции СССР о моем пребывании в Австрии.

Письмо Посла СССР в Австрии Михаила Ефремова и зарубежное патентование моих изобретений за рубежом

Посол СССР в Австрии Михаил Ефремов, действительно, выполнил свое обещание и направил в Госкомитет СССР по науке и технике письмо с высокой оценкой результатов моего пребывния в Австрии. Ключевое предложение Посла было выражено в следующей цитате:

«С учетом выраженного интереса у австрийских ученых к изобретению проф. Стахова А.П. по вопросу создания новой системы счисления на основе «фибоначчиевых» чисел (создание самоконтролирующихся ЦВМ) считали бы целесообразным ускорить процесс оформления его заявок на изобретения, что позволит сохранить приоритет советской науки и, возможно, получить экономический эффект».

Письмо Посла Ефремова стало повортным пунктом в развитии моего научного направления, на которое были вынуждены обратить особое внимание высшие научые инстанции СССР, включая Госкомитет СССР по науке и технике и Госкомитет СССР по делам изобретений и открытий. Было принято решение о широком патентовании моих изобретений в области клпьютеров Фибоначчи и аналого-цифровых и цифроаналоговых преобразователей в США, Японии, Англии, Франции, ФРГ, Канаде и других странах. Результаты патентования - 65 зарубежных патентов, которые подтвеждали неоспоримый приоритет советской науки (и мой приоритет) в новом научном направлении в области информатики, поразили Торгово-промышленную Палату СССР. «Масла в огонь» подлил патентный поверенный СССР в Японии, который в своем выступлении в Торгово-промышленной Палате СССР (1980) подчеркнул мировую новизну и перспективность этого научного направления и «фибоначчиевых» патентов.

На пути к революции в современной информатике (роль выдающихся личностей)

Пока суть РЕВОЛЮЦИИ в информатике, сформулированной мною в докладе в Вене (3 марта 1976), сумели понять и оценить только несколько выдающихся ученых: австрийский математик **Александр Айгнер**, украинский математик **Юрий Митропольский**, белорусский философ **Эдуард Сороко**, российско-американский математик **Самуил Арансон**, американский математик **Дональд Кнут**, американский философ **Скотт Олсен**, американский математик **Джей Каппрафф,** канадский математик Проф. **Вонг**. Книги в World Scientific опубликованы при их поддержке.

Признание этого направления австрийской наукой, результаты зарубежного патентования, а также поддержка выдающихся советских научных, партийных и государственных деятелей **Михаила Ефремова**, **Бориса Патона, Юрия Митропольского, Владимира Горбулина, Олега Антуфьева** создали благоприятные условия для развития этого направления в СССР (с 1976 и вплоть до распада страны в 1991), а также в Канадский период моей жизни (поддержка американских и канадских ученых с 2004 до н.вр.).

К сожалению, печально знаменитая «Горбачевская перестройка», которая, в конечном итоге, привела к развалу СССР, оказала негативное влияние на развитие многих перспективных направлений в СССР, в том числе, на развитие моего научного направления. Дело в том, что инженерные разработки по Фибоначчиевым информационным системам финансировались из Москвы. После развала СССР финансовые связи между организациями Министерства общего машиностроения СССР и Специальным Конструкторским Бюро «Модуль» (Винницкий Технический Университет), директором которого я был назначен в 1986 г., были прекращены и я был вынужден отказаться от поста директора СКТБ «Модуль», которое вскоре прекратило свое существование.

Но это не означает, что интерес к компьютерам Фибоначчи и «золотым» самокорретирущимся АЦП и ЦАП, уменьшился. Наоборот, он еще более усилился в связи с критически-важными приложениями, в которых проблема борьбы со сбоями стала еще более актуальной.

.

«Троянский конь» двоичной системы

Как известно, **нулевая избыточность** является принципиальным недостатком «двоичной системы», названный академиком Хетагуровым «**Троянским конем»** двоичной системы. В статье «***Обеспечение национальной безопасности систем реального времени***» (2009) он сделал смелое и актуальное заявление:

«Применение микропроцессоров, контроллеров и программного обеспечения вычислительных средств иностранного производства для решения задач в системах реального времени военного, административного и финансового назначения таит в себе большие проблемы. Это своего рода «Троянский конь», роль которого только стала проявляться».

Для решения проблемы «Троянского коня» Хетагуров предлагает **отказаться от «двоичной системы»** и использовать **избыточные компьютерные арифметики**. Одной из них является **арифметика Фибоначчи.**

Фирма "FibTech" (Fibonacci Technology) (Канада, Онтарио, 2015)

1. FibTech разработала новаторский способ повышения надежности современной электронной памяти на базе избыточных кодов. **Сегодняшняя память страдает от необнаруживаемых ошибок,** вызванных космическими лучами, излучением, нарушениями синхронизации, электромагнитным шумом, начальными дефектами производства и другими потенциальными факторами, которые вызывают сбои системы. «**Ложные данные», появляющиеся на выходе электронной памяти, могут привести к технологическим или социальным катастрофам.**

2. Разработки FibTech основаны на **кодах Стахова**, которые являются новым классом избыточных кодов, обладающих высокой способностью обнаружения ошибок (**до 99,99%**). Коды Стахова обладают **уникальным свойством отличать однобитовые шибки от многобитовых ошибок нечетной кратности (3,5,7,9, ...),** что снижает риск появления ложных выходных данных.

3. Система обнаружения ошибок, основанная на кодах Стахова, находится **в стадии патентования**.

4. Мы ищем инвесторов, и готовы передать нашу разработку для ее внедрения в критически-важных системах (примером являются межпланетные **космические корабли, сбой в компьютере навигационной системы приводит к отклонению корабля от намеченной цели**). Потери от таких сбоев исчисляются миллиардами долларов.

FPGA макет помехоустойчивой электронной памяти с обнаружением «ложных выходных данных» на основе кода Стахова

Мы ищем инвесторов!

Математика Гармонии и гармоничное образование

- В течение всей своей педагогической деятельности и особенно после защиты докторской диссертации (1972) я читал **курс «Математика Гармонии и Золотое Сечение» и его элементы на украинском, русском, немецком, английском и португальском языках (Украина, Россия, Австрия, ГДР, Ливия, Мозамбик, Канада).**
- Наиболее памятными для меня являются мои лекции по этому курсу для **аспирантов Дрезденского Технического Университета** (1988), **для студентов-математиков Винницкого Педагогического Университета** (2001-2002 уч.год), **для студентов Одесского Национального Университета** (2010).
- В 2002 г. я получил приглашение от Проф. Алана Роджерсона принять участие в работе Международной конференции **«Гуманистическое возрождение в математическом образовании»,** которая состоялась в Италии (Сицилия, Палермо 20 - 25 сентября 2002). Из-за отсутствия финансовых средств я не смог принять участие в этой конференции.
- **Западная наука обеспокоена направлением и уровнем современного математического образования, которое игнорирует «гармонические идеи» Пифагора, Платона, Евклида, Кеплера и других ученых.**

Заключение

1. «Принципы фон Неймана» стали началом современной компьютерной революции, основанной на «двоичной системе».
2. Однако, из-за феномена «Троянского коня», человечество стало заложником «двоичной системы» для случая критически-важных инфоструктур (Хетагуров, 2009). **Защита таких инфоструктур от возникновения «ложных выходных данных» становится одной из актуальнейших проблем современной информатики.**
3. Одним из направлений решения этой задачи является разработка инфоструктур, основанных на кодах Фибоначчи и золотой пропорции, то есть, **разработка специализированных процессоров, основанных на арифметике Фибоначчи и троичной зеркально-симметричной арифметике.**
4. Актуальной задачей улучшения математического образования является **внедрение курса «Математика Гармонии и Золотое Сечение» в учебные программы университетов с повышенной физико-математической подготовкой.**

5. Такой курс будет способствовать повышению интереса студентов к математике и другим точным наукам и выработке у них нового научного мировоззрения, основанного на принципах Гармонии и Золотого Сечения (**гармоничное образование**).

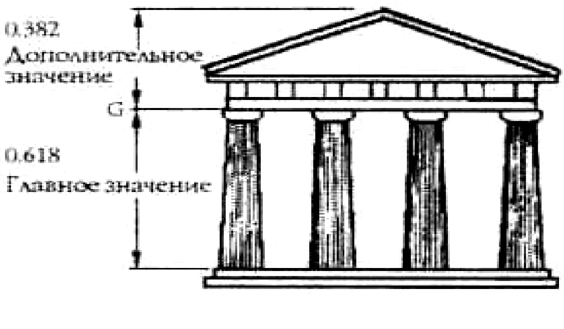
6. Гармония – это основа Красоты. Но, как известно, только Красота, по Достоевскому, и Гармония, согласно Его Королевскому Высочеству Чарльзу, Принцу Уэльскому, спасут человечество от уничтожения

А далее читайте выдержку из замечательной статьи Теодора ЛАНДШЕЙДТА «КОСМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ»

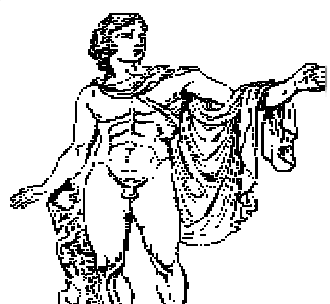
Ничего нового для меня и многих экспертов в области Гармонии и Золотого Сечения в этой статье нет (за исключением, заключительной части статьи, посвященной компьютрным программам для вычисления числа Ф). Кстати, мне, как жителю Канады, приятно отметить, что Канадский ученый **Доктор Теодор Ландшейдт является директором Института исследований циклов солнечной активности в Канаде.** Он является всемирно известным экспертом по вопросам солнечно-земных связей и был отмечен премией Калифорнийского Института циклов в знак признания выдающихся достижений в этой области исследований

Статья Доктора Теодора Ландшейдта является еще одним доказательством того факта, что проблема Гармонии и Золотого Сечения далеко не исчерпана в современной науке. А факт огромного интереса к этой проблеме со стороны многих выдающихся исследователей и мыслителей (**Алана Тьюринга, Юрия Митропольского, Бориса Патона, Владимира Горбулина, Принца Уэльського Чарльза, Гранта Аракеляна, Дональда Кнута, Джея Каппраффа, Эдуарда Сороко, Денеша Наги, Олега Боднара, Григория Мартыненко, Сергея Абачиева, Веры Шпинадель, Мидхата Газале, Сергея Якушко, Дениса Клещева, Ивана Райляна** и многих других исследователей) не вызывает сомнения в том, что проблема Гармонии и «золотого сечения» имеет огромное значение для современной науки и математического образования.

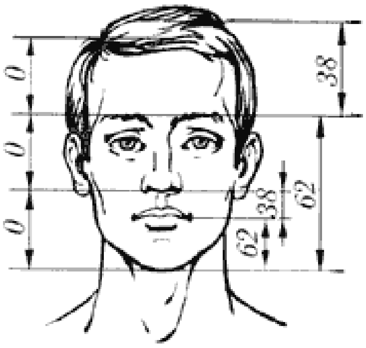
Опубликовано в журнале Hard'n'Soft №6 2002 Стр 90

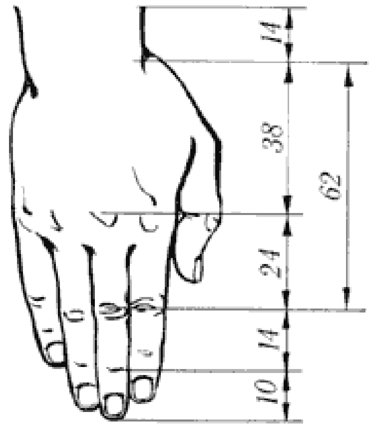


Если вы подходите к пустой скамейке и садитесь на неё, то вы сядете не посередине скамейки (как-то нескромно, хотя встречаются и такие, ярко выраженные характеры) и, конечно, не на самый край. Если вы незаметно замерите длины, на которые своим телом разделили скамейку, то обнаружите, что отношение большего отрезка к меньшему равно отношению всей длины к большему отрезку и равно примерно 1,62. Это число, называемое золотым сечением, входит в тройку самых известных иррациональных чисел, то есть таких чисел, десятичные представления которых бесконечны и непериодичны. Остальные два вы конечно знаете: это π - отношение длины окружности к диаметру и *e* - основание натуральных логарифмов (это слово многие не любят, но число, тем не менее, интересное). И, хотя золотое сечение и не такое фундаментальное в математике, как два других, оно имеет важное значение для нашего восприятия мира, так как пропорции, отвечающие золотому сечению кажутся нам гармоничными.


Аполлон Бельведерский

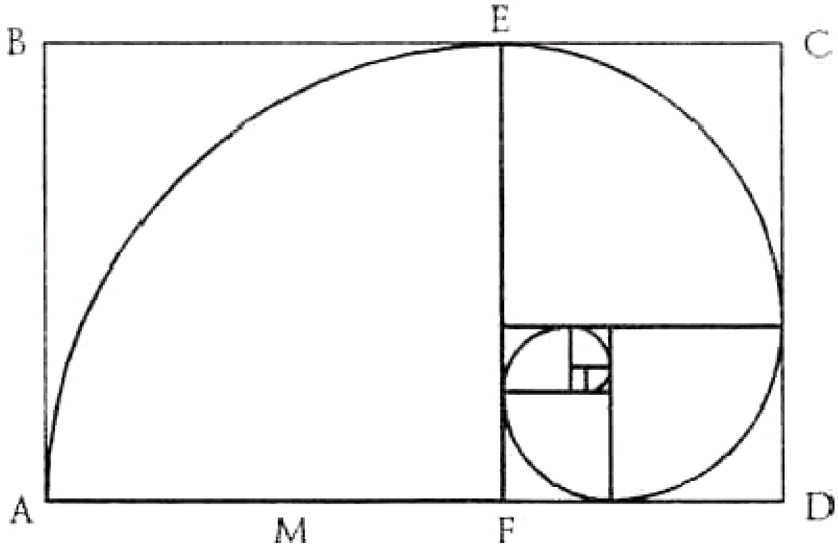
Золотое сечение было известно древним грекам. Вряд ли можно сомневаться в том, что некоторые древнегреческие архитекторы и скульпторы сознательно использовали его в своих творениях. Примером может служить хотя бы Парфенон. Именно это обстоятельство и имел в виду американский математик Марк Барр, когда предложил называть отношение двух отрезков, образующих золотое сечение, числом Ф (фи) – первая буква в имени великого Фидия, который, по преданию, часто использовал золотое сечение в своих скульптурах. Одной из причин, по которой пифагорейцы избрали пентаграмму, или пятиконечную звезду, символом своего тайного ордена, является то обстоятельство, что любой отрезок в этой фигуре находится в золотом отношении к наименьшему соседнему отрезку. Многие математики, жившие в средние века и в эпоху Возрождения, были настолько увлечены исследованием необычайных свойств числа Ф, что это походило на легкое помешательство.



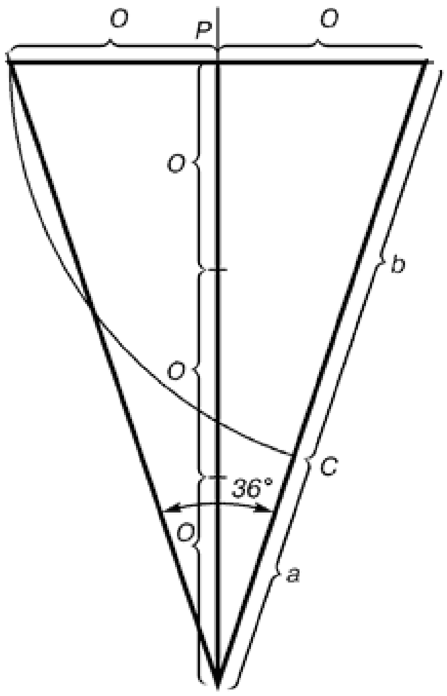


Примером могут служить слова Кеплера: ***«Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них – теорема Пифагора, другое – деление отрезка в крайнем и среднем отношении. Первое можно назвать мерой золота, втрое же больше напоминает драгоценный камень».*** В эпоху Возрождения отношение, выражаемое числом Ф, называли «божественной пропорцией» или, следуя Евклиду, ***«средним и крайнем отношением».***

Термин «золотое сечение» вошел в употребление лишь в девятнадцатом веке. Много замечательных свойств j, проявляющихся в различных плоских и пространственных фигурах, было собрано в трактате Луки Пачоли, вышедшем в 1509 году под названием «De Divina Proportione» («О божественной пропорции») с иллюстрациями Леонардо да Винчи.

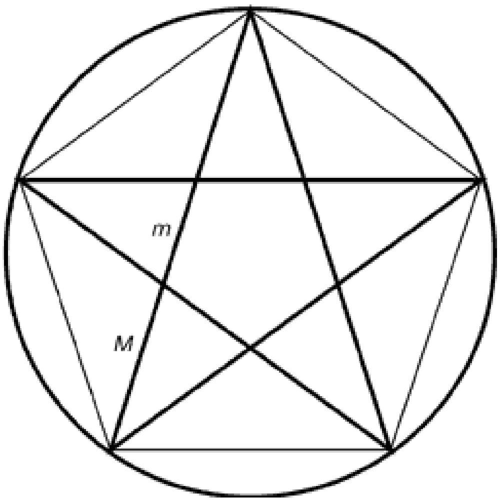


Число Ф выражает, например, отношение радиуса окружности к стороне правильного вписанного десятиугольника. Расположив три «золотых» прямоугольника (то есть прямоугольники, стороны которых относятся в «золотом» соотношении) так, чтобы каждый симметрично пересекался с двумя другими (под прямым углом к каждому из них), мы увидим, что вершины «золотых» прямоугольников совпадают с 12 вершинами правильного икосаэдра и в то же время указывают положение центров 12 граней правильного додекаэдра. Золотой прямоугольник обладает многими необычными свойствами. Отрезав от «золотого» прямоугольника квадрат, сторона которого равна меньшей стороне прямоугольника, мы снова получим золотой прямоугольник меньших размеров. Продолжая отрезать квадраты, мы будем получать все меньшие и меньшие золотые прямоугольники. Причем располагаться они будут по логарифмической спирали, имеющей важное значение в математических моделях природных объектов (например, раковинах улиток). Полюс спирали лежит на пересечении диагоналей начального прямоугольника BD и первого отрезаемого вертикального AC. Причем, диагонали всех последующих уменьшающихся золотых прямоугольников лежат на этих диагоналях. Разумеется, есть и золотой треугольник.

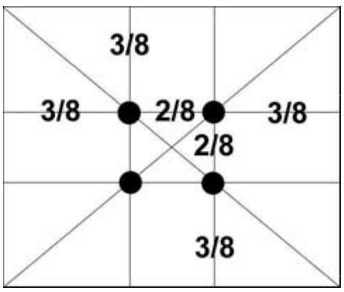


Это равнобедренный треугольник, у которого отношение длины боковой стороны к длине основания равняется 1.618. В звездчатом пятиугольнике каждая из пяти линий, составляющих эту фигуру, делит другую в отношении золотого сечения, а концы звезды являются золотыми треугольниками.

Во все времена математики, художники и философы занимались вопросами, связанными с «золотым сечением». Однако вновь "открыто" и было представлено ученым и художникам золотое сечение в середине XIX в. В 1855 г. немецкий исследователь золотого сечения профессор **Цейзинг** опубликовал свой труд **"Эстетические исследования".** Он абсолютизировал пропорцию золотого сечения, объявив ее универсальной для всех явлений природы и искусства. В своем объемистом (457 страниц) труде **Адольф Цейзинг** доказывает, что из всех пропорций именно золотое сечение дает наибольший художественный эффект и доставляет наибольшее удовольствие при восприятии. Он абсолютизировал пропорцию золотого сечения, объявив ее универсальной для всех явлений природы и искусства. Именно в золотом сечении, по Цейзингу, кроется ключ к пониманию всей морфологии (в том числе строения человеческого тела), искусства, архитектуры и даже музыки. Другой немецкий ученый физиолог **Густав Фехнер** пытался практически обосновать взгляды **Цейзинга**. Для этого он измерил отношения сторон у тысяч окон, картинных рам, игральных карт, книг и других прямоугольных предметов, проверил, в каком отношении поперечные перекладины могильных крестов на кладбищах делят вертикальные основания, и обнаружил, что в большинстве случаев полученные им числа мало отличаются от Ф. **Фехнер** разработал целый ряд остроумных тестов, в которых испытываемому предлагалось выбрать «милый его сердцу» прямоугольник из большого набора прямоугольников с различными соотношениями сторон, нарисовать самый «приятный» многоугольник, выбрать место перекладины и т.д. И здесь многократно проведенные опыты показали, что испытуемые отдают предпочтение отношениям, близким к Ф.



Дополнительные сведения из истории Золотого сечения можно найти на http://bullbear.msm/ru/rus/fr_main513.htm Интересная статья Теодора Ландшейдта «Космическая функция золотого сечения», опубликованная в журнале Международного общества астрологических исследований (ISAR) «KOSMOS». В ней автор прослеживает связь таких несопоставимых явлений, как колебания солнечной оси, процент поверхности, пораженной засухой, активность питания термитов, интенсивность действия обезболивающих препаратов, индекс военной активности, вероятности рождения мальчиков - и везде колебания рассматриваемых величин находятся в отношении золотого сечения. **Доктор Теодор Ландшейдт является директором Института исследований циклов солнечной активности в Канаде. Всемирно известный эксперт по вопросам солнечно-земных связей, он был отмечен премией Калифорнийского Института циклов в знак признания выдающихся достижений в этой области исследований**. Особенно примечательно, что он не обошел и фрагменты фрактальных рисунков множества **Мандельброта**, связав увиденную там логарифмическую спираль с фрактально-хаотическими закономерностями жизни Вселенной. Ознакомиться с необычной статьей можно на http://astrologic.ru/library/golden.htm Желающие размяться в философских изысканиях могут отправиться на http://www.radiant.ru/~kbb/Page_Gold_midl.htm за статьей **«Философское обоснование понятия Золотая пропорция»**, впрочем, на наш взгляд, не особенно глубокой. Интересный пример использования золотого сечения для получения гармоничного фотоснимка приведен на страничке, посвященной фотоискусству www.photoline.ru/tcomp1.htm



Он основан на подмеченном психологами и искусствоведами правиле - расположении основных компонентов кадра в особых точках - зрительных центрах. Таких точек всего четыре, и расположены они на расстоянии 3/8 и 5/8 от соответствующих краев плоскости. Человек всегда акцентирует свое внимание на этих точках, независимо от формата кадра или картины.

Чему же равно Ф? Напомним определение: большая часть относится к меньшей как все к большей. Если меньший отрезок принять за единицу, то можно записать пропорцию, которая сводится к обычному квадратному уравнению $x^2 - x - 1 = 0$, положительный корень которого равен Ф. Это число одновременно выражает длину отрезка x и значение величины Ф. Его десятичное разложение имеет вид 1,61803398… Если за единицу принять больший отрезок, то длина x будет выражаться величиной, обратной Ф, то есть $\frac{1}{\Phi}$. Любопытно, что $\frac{1}{\Phi}$=0,61803398… Число Ф - единственное положительное число, которое переходит в обратное ему при вычитании единицы. Так же, это число тесно связано с метрическими свойствами некоторых правильных многоугольников и многогранников - пятиугольника, десятиугольника, додекаэдра, икосаэдра, - так как оно равно $2\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$. Подобно числу π, Ф можно представить в виде суммы бесконечного ряда многими способами. Предельная простота следующих двух примеров еще раз подчеркивает фундаментальный характер Ф. Число Ф иррациональное, не представляемое в виде простой дроби. Однако, если воспользоваться первой из приведенных формул, обрывая нашу дробь на первом, втором, третьем и т.д. знаке плюс, то получим ряд дробей, постепенно, то сверху, то снизу приближающийся к Ф: 1/1, 2/1, 3/2, 5/3, 8/5, 13/8, … Истинные любители математики конечно заметили, что знаменатели дробей образуют последовательность чисел, называемых **числами Фибоначчи**. Каждое из этих чисел, начиная со второго, равно сумме двух предыдущих. В числителе тоже находятся «предыдущие» числа Фибоначчи. В статье приведен один из вариантов программы, вычисляющей значение Ф по первому алгоритму, сложением убывающих дробей.

Программа написана на Visual Basic но этот же алгоритм можно реализовать на Паскале, Фортране, Бейсике, FoxPro - на любом доступном языке. Обратите внимание, что переменная Ф объявлена как double, то есть двойной точности. Вся соль алгоритма выражена в операторе «Ф=1+1/Ф» который вычисляется столько раз, какой порядковый номер дроби вычисляется, все остальное служит обрамлением. Не правда ли изящно?

Результатом работы программы будет таблица:

1 2
2 1,5
3 1,66666666666667
4 1,6
5 1,625
6 1,61538461538462
7 1,61904761904762
8 1,61764705882353
9 1,61818181818182
10 1,61797752808989
11 1,61805555555556
12 1,61802575107296
13 1,61803713527851
14 1,61803278688525
15 1,61803444782168
16 1,61803381340013
17 1,61803405572755
18 1,61803396316671
19 1,6180339985218
20 1,61803398501736
21 1,6180339901756
22 1,61803398820532
23 1,6180339889579
24 1,61803398867044

из которой видно, как наш алгоритм, постепенно сужаясь, подбирается к числу Ф. Аналогичным образом можно «подбираться» к числу Ф и с помощью второй формулы, через квадратные корни Ф.

Результат работы программы:

1.1,4142135623731
2.1,55377397403004
3.1,59805318247862
4.1,61184775412525
5.1,61612120650812
6.1,61744279852739
7.1,61785129060967
8.1,61797753093474
9.1,61801654223149
10.1,61802859747023
11.1,618032322752
12.1,61803347392815
13.1,61803382966122
14.1,61803393958879
15.1,61803397355828
16.1,61803398405543
17.1,61803398729922
18.1,61803398830161
19.1,61803398861137
20.1,61803398870709
21.1,61803398873667
22.1,61803398874581
23,61803398874863
24 1,6180339887495

Парфенон

Сравнение результатов говорит в пользу второго метода, значения 1,618033 метод квадратных корней достиг на двенадцатом шагу, а метод суммирования дробей только на шестнадцатом. Раз уж мы так серьезно взялись за вычисления, было бы просто нечестно оставить без внимания трактовку золотого сечения как отношения двух соседних членов ряда Фибоначчи. Тем более, что сама тема вычисления чисел Фибоначчи необычайно интересна, так как связана с понятием рекурсии. Что такое функция в языках программирования все представляют (совсем кратко - это часть программы, вызываемая для отработки с переменным параметром). А если функция вызывает сама себя, то такой прием называется рекурсией. Во всех учебниках по программированию рекурсия объясняется на примере вычисления чисел Фибоначчи, а все популярные статьи об этих числах непременно упоминают рекурсию. Не углубляясь в теоретические дебри, скажем лишь, что рекурсия позволяет писать компактные с точки зрения объема исходного кода программы. Но с точки зрения оптимальности работы программы применение рекурсии весьма сомнительно. Рассмотрим пример (теперь на Turbo Pascal'е), вычисляющий нужное нам золотое сечение с помощью рекурсии. Вся изюминка в определении функции FIB: для первого и второго значения параметра она равна единице, а для каждого последующего выдает сумму двух последних значений, причем определяет их, вызывая сама себя!

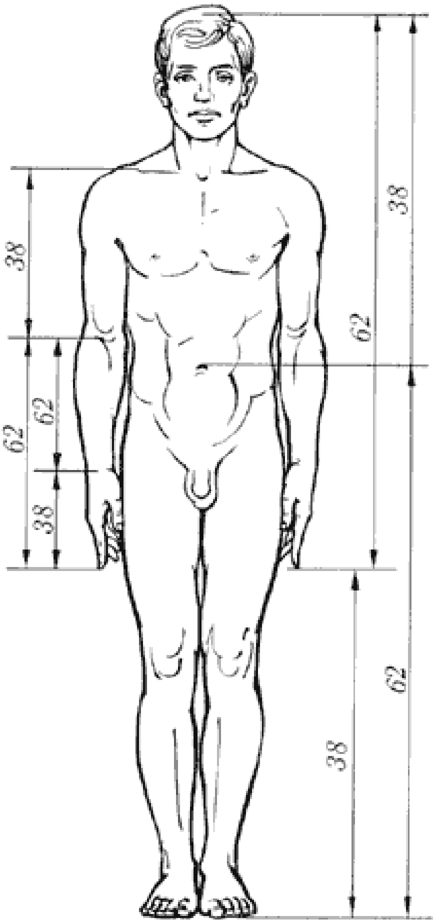
Рассматривая результат работы программы, мы видим, как отношение двух соседних чисел Фибоначчи постепенно, то сверху, то снизу, приближается к золотому сечению.

1 1 1 1.0000000000E+00
2 1 2 2.0000000000E+00
3 2 3 1.5000000000E+00
4 3 5 1.6666666667E+00
5 5 8 1.6000000000E+00

6 8 13 1.6250000000E+00
7 13 21 1.6153846154E+00
8 21 34 1.6190476190E+00
9 34 55 1.6176470588E+00
10 55 89 1.6181818182E+00
11 89 144 1.6179775281E+00
12 144 233 1.6180555556E+00
13 233 377 1.6180257511E+00
14 377 610 1.6180371353E+00
15 610 987 1.6180327869E+00
16 987 1597 1.6180344478E+00
17 1597 2584 1.6180338134E+00
18 2584 4181 1.6180340557E+00
19 4181 6765 1.6180339632E+00
20 6765 10946 1.6180339985E+00
21 10946 17711 1.6180339850E+00
22 17711 28657 1.6180339902E+00
23 28657 46368 1.6180339882E+00
24 46368 75025 1.6180339890E+00

Значение 1,618033 появилось только на 17 шаге, что «слабее» первых способов, но, зато, мы получили значения 24-х членов ряда Фибоначчи и познакомились с рекурсией. Но программа работает не оптимально - двадцатое значение считалось около пяти секунд (на PIII-700, а сороковое более минуты). Слишком много «движений» совершает рекурсивная функция, количество их лавинообразно растет с ростом числа, изящность кодирования пошла во вред производительности. А как же надо было составлять программу для эффективной работы? Задать массив и заполнять его такой же функцией, но без рекурсии, обращаясь к уже посчитанным членам ряда, помещенным в массив. Программа будет работать «мгновенно», но все это будет уже не так красиво.

В настоящее время числа Фибоначчи усиленно изучаются бизнесменами и экономистами. Замечено, что волны, описывающие колебания котировок ценных бумаг, являются огибающими маленьких волн, те, в свою очередь, еще более мелких, а количество мелких колебаний в периоде более крупного соответствует ряду Фибоначчи. Впервые это предложил Эллиотт. Ральф Нельсон Эллиотт был инженером. После серьезной болезни в начале 1930х гг. он занялся анализом биржевых цен, особенно индекса Доу-Джонса. После ряда весьма успешных предсказаний Эллиотт опубликовал в 1939 году серию статей в журнале Financial World Magazine. В них впервые была представлена его точка зрения, что движения индекса Доу-Джонса подчиняются определенным ритмам. Согласно Эллиотту, все эти движения следуют тому же закону, что и приливы - за приливом следует отлив, за действием (акцией) следует противодействие (реакция). Эта схема не зависит от времени, поскольку структура рынка, взятого как единое целое, остается неизменной. Он писал: ***"Любой человеческой деятельности присущи три отличительных особенности: форма, время и отношение, - и все они подчиняются суммационной последовательности Фибоначчи".*** Если вы разберетесь с числами Фибоначчи и волнами Эллиота, то можете разбогатеть, играя на бирже ценных бумаг. Заинтересовавшиеся могут зайти на сайт компании Elliott Wave International в интернете http://www.elliottwave.com. Если плохо с английским, а разбогатеть хочется - то заходите на http://user.cityline.ru/~esfinkro/index.htm ,там есть доступно изложенная статья о Волнах Эллиота.



Интерес к золотому сечению подогревается и периодическими всплесками популярности пирамид. Например, на www.rcom.ru/tvv/Dm/str6.htm можно найти, среди прочих знамений пирамиды Хеопса, и содержащееся в ее пропорциях золотое сечение. Не обходится и без курьезов. На упоминаемой уже странице http://bullbear.msm/ru/rus/fr_main513.htmнаходим: «Длина грани пирамиды в Гизе равна 783.3 фута (238.7 м), высота пирамиды - 484.4 фута (147.6 м). Длина грани, деленная на высоту, приводит к соотношению Ф=1.618. Высота 484.4 фута соответствует 5813 дюймам (5-8-13) - это числа из последовательности Фибоначчи.» Весь юмор в том, что древние египтяне вряд ли измеряли что-либо в дюймах (вот метры - другое делоj), и появление здесь чисел Фибоначчи объяснить без мистики ну никак невозможно. Интересующимся современным пирамидостроением и необычными явлениями, происходящими в пирамидах, рекомендую статью энтузиаста пирамид Александра Голода **«Пирамиды в пропорциях Золотого Сечения - генератор жизни»**, расположенную на www.slavaiv.narod.ru . Самая большая Пирамида высотой 44 метра построена в конце 1999 года недалеко от Москвы на 38 км шоссе Москва-Рига, ее не раз показывали по ТВ, рассказывали о происходящих в ней чудесах. Можно и не говорить, что пропорции пирамиды подчиняются рассмотренным нами соотношениям. Ну вот и все. Теперь вы не только интуитивно выберите пропорции строящегося вами дворца, но и уточните их, доведя до золотого сечения. Задание на дом. Мартин Гарднер, ведущий рубрики занимательной математики в журнале Scientific American, получил письмо от своих читателей с сообщением, что в среднем отношение роста человека к высоте пупка равно Ф. Надо бы это проверить, причем, женщины могут замеряться на каблуках. И для самых-самых утонченных любителей - как изменятся результаты работы трех приведенных программ, если вычисления начинать не с единицы, а, например, со ста?

Спасибо Доктору Теодору Ландшейдту за написание замечательной статьи «Космическая функция золотого сечения»! Его статья в популярной форме выводит интересующихся на космические проблемы Золотого Сечения, чем в настоящее время занимается большое количество исследователей (из США, Канады, Англии, Украины, России и других стран, о которых упоминалось в этой статье).