В.П. Шенягин

Золотые *s*-пропорции в образе модифицированной пифагорейской трактовки сущности и тождества числа

Содержание

Всякий образ несет в себе определенный уровень познания
и определенное продолжение этого познания,
т.е. практическое применение.
С.В. Костюченко, В.Ю. Татур

Постановка задачи

Известны различные условия, задачи и процессы, порождающие золотые (металлические) пропорции. В их числе отношение частей и целого, отношение соседних членов рекуррентной последовательности, непрерывные цепные дроби, повторные корни и другое.

Рассмотрим новые условия, приводящее к золотым пропорциям, базируясь на следующих соображениях.

1. *Пифагорейское представление о сущности и тождестве числа и его модификация*. В статье [1] изложена модификация пифагорейского представления о

сущности и тождестве числа, где по Пифагору $\sqrt{x}$ – сущность числа, x – число, $x+\sqrt{x}$ – тождество числа.

Запишем его в виде триады

$$\sqrt{x} \to x \to x+\sqrt{x}\,. \quad (1)$$

2. *p-пропорции в образе равенства суммы и произведения числа и его* (m+1)-*ой степени.* Модификация по Пифагору привела к доминирующей модели равенства суммы и произведения числа и его сущности [1]

$$x+x^n = xx^n\,, \quad (2)$$

что приводит к p-пропорциям А.П. Стахова $x^{n+1}-x^n-1=0$ или в его записи $p_m^{m+1}-p_m^m-1=0$.

В результате к многочисленным уникальным свойствам p-констант добавилось следующее: *если сумма и произведение числа p и его* (m+1)-*ой степени равны, т.е.* $p_m + p_m^{m+1} = p_m p_m^{m+1}$*, то число выражает собой* p_m*-константу.*

3. *Корневые r-пропорции в образе равенства полусуммы и произведения двух чисел, отстающих от корневой константы в числовом ряду на корень из номера константы.* Равенство полусуммы и произведения числа и его корневой сущности и тождества в виде

$$\frac{\left(r_n-\sqrt{n}\right)+\left(r_n+\sqrt{n}\right)}{2}=\left(r_n-\sqrt{n}\right)\left(r_n+\sqrt{n}\right),$$

где n – положительное целое число, включая ноль, соответствующее номеру корневой пропорции; привело к уравнению $r_n^2-r_n-n=0$ с корнями в виде корневых констант $r_{n_{1,2}}=\dfrac{1\pm\sqrt{1+4n}}{2}$ [2].

В результате к многочисленным уникальным свойствам корневых r-констант добавилось следующее: *равенство полусуммы и произведения двух чисел, полученных из искомого числа x путем его уменьшения и увеличения на корень из своего номера n, задает в качестве искомого числа корневые константы* r_n: $\dfrac{\left(x-\sqrt{n}\right)+\left(x+\sqrt{n}\right)}{2}=\left(x-\sqrt{n}\right)\left(x+\sqrt{n}\right)=x$,

где $x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+4n}}{2}=r_{n_{1,2}}$.

4. *Особенность константы Падована*. В книге [3] рассмотрено уравнение $x^3-x-1=0$, корнями которого является серебряная константа Падована, незаслуженно именуемая пластмассовым числом $x=1{,}32471795...$. Эта величина является второй константой, задаваемых крайними степенными уравнениями группы Э.М. Сороко $x^{n+1}-x-1=0$.

Особенностью константы Падована является то, что ее произведение с величинами, равноотстоящими от нее на числовой оси на единицу, равно единице, т.е.

$$(x-1)\cdot x\cdot(x+1)=1, \quad (3)$$

что следует из преобразований $x^3-x=1$, $x\left(x^2-1\right)=1$, $x(x-1)(x+1)=1$.

В числовом виде $0{,}324...\cdot 1{,}324...\cdot 2{,}324...=1$.

1. Золотые пропорции в образе равенства суммы, приумноженной в *n*/2 раз, и произведения двух чисел, смещенных на числовой оси на единицу

Равенство, которого мы требуем, –
всего лишь наиболее терпимая степень неравенства.
Г.К. Лихтенберг

1.1. Вывод равенства

Рассмотрим уравнение, корнями которого являются золотые константы:

$$s_n^2 - ns_n - 1 = 0. \tag{4}$$

Придадим (4) вид, аналогичный (2) и тем более аналогичный $x + x = xx$, но для двух чисел, не равных между собой, т.е. $a + b = ab$.

Для чего представим (4) в виде:

$$ns_n = s_n^2 - 1. \tag{5}$$

Правая часть (5) является произведением двух сомножителей

$$s_n^2 - 1 = (s_n - 1)(s_n + 1)$$

или двух чисел ab, одно из которых на единицу меньше s_n, т.е. $s_n - 1$, другое – на единицу больше, т.е. $s_n + 1$.

Задача сводится к преобразованию левой части (5) в сумму этих чисел:

$$(s_n - 1) + (s_n + 1). \tag{6}$$

Однако в виде (6) сумма будет равна $2s_n$ вместо ns_n в левой части (5). Для устранения несоответствия достаточно (6) умножить на коэффициент $n/2$, получив $\frac{n}{2} \cdot 2s_n = ns_n$. В результате таких преобразований уравнения (4) следует равенство:

$$\boxed{\frac{n}{2}\big((s_n - 1) + (s_n + 1)\big) = (s_n - 1)(s_n + 1)} \tag{7}$$

где: n – положительное целое число, включая ноль, соответствующее номеру золотой пропорции;

$n/2$ – коэффициент приумножения суммы.

Для упрощения записи (7) уберем скобки, выделяющие числа при их суммировании, получив

$$\frac{n}{2}(s_n - 1 + s_n + 1) = (s_n - 1)(s_n + 1).$$

Из (7) следует, что:

Если сумма, увеличенная в половину *n* раз, и произведение двух чисел, полученных из искомого числа *x* путем его уменьшения и увеличения на единицу, равны, то этим числом является *n*-я золотая пропорция s_n: $$\frac{n}{2}\big((x-1) + (x+1)\big) = (x-1)(x+1)$$	(8)

Мы получили новое прочтение золотых пропорций на языке модифицированной пифагорейской трактовки сущности и тождества числа на основе равенства их суммы и произведения, причем со сдвигом числа на единицу в обе стороны на оси чисел $(x-1)$ и $(x+1)$.

Приведем конкретные модели (7) нескольких золотых пропорций в таблице 1.

Таблица 1

Золотые пропорции и равенства приумноженной суммы и произведения двух чисел

n	Тождество суммы и произведения	Уравнение	Корни s_n
0	$\frac{0}{2}\left((s_0-1)+(s_0+1)\right)=(s_0-1)(s_0+1)$	$s_0^2-1=0$	± 1
1	$\frac{1}{2}\left((s_1-1)+(s_1+1)\right)=(s_1-1)(s_1+1)$	$s_1^2-s_1-1=0$	$\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$
2	$(s_2-1)+(s_2+1)=(s_2-1)(s_2+1)$	$s_2^2-2s_2-1=0$	$1\pm\sqrt{2}$
3	$\frac{3}{2}\left((s_3-1)+(s_3+1)\right)=(s_3-1)(s_3+1)$	$s_3^2-3s_3-1=0$	$\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$
4	$2\left((s_4-1)+(s_4+1)\right)=(s_4-1)(s_4+1)$	$s_4^2-4s_4-1=0$	$2\pm\sqrt{5}$
5	$\frac{5}{2}\left((s_5-1)+(s_5+1)\right)=(s_5-1)(s_5+1)$	$s_5^2-5s_5-1=0$	$\frac{5\pm\sqrt{29}}{2}$
n	$\frac{n}{2}\left((s_n-1)+(s_n+1)\right)=(s_n-1)(s_n+1)$	$s_n^2-ns_n-1=0$	$\frac{n\pm\sqrt{n^2+4}}{2}$

1.2. Особенности

Словесная формулировка (8) неточна для нулевой и первой классической золотой пропорции, поскольку:

1) для $n=2$ коэффициент приумножения суммы равен единице, т.е. сумма остается сама собой, при этом будучи равной произведению двух чисел:

$$(s_2-1)+(s_2+1)=(s_2-1)(s_2+1). \tag{9}$$

Тождество (9) определяет s_2 как вторую золотую пропорцию. Она *самодостаточна*, т.к. ее сумме, с целью равенства произведению, не требуется ни приумножение, ни приуменьшение. Ниже в подразделе 5.1 мы проанализируем это свойство второй золотой пропорции, которое явится одним из главных аргументов в признании вездесущности числа 2 и его корня.

Кстати, к обобщенной модели (7) мне удалось прийти, предварительно получив (9), о чем изложено в Приложении;

2) для $n=1$ коэффициент приумножения суммы равен 1/2, что дает даже не возрастание суммы, а взятие ее половины:

$$\frac{(s_1-1)+(s_1+1)}{2}=(s_1-1)(s_1+1). \tag{10}$$

Это условие характеризует первую классическую золотую пропорцию, как обычно, имеющую свой отличительный «характер» в конкретной системе, в нашем случае, в образе тождественности суммы и тождества двух чисел. *Классическая золотая пропорция настолько «сильна», что для равенства произведению чисел достаточно всего половины их суммы*. Ведь при сечениях, основанных на золотых s_n-константах, «гармоничная» часть больше «негармоничной» лишь у классической золотой пропорции величиной 0,618… [4];

3) при $n=0$ сумма не только не возрастает, но и исчезает вовсе, становясь нулем, которому и равно произведение:

$$0=(s_0-1)(s_0+1). \tag{11}$$

Получается нулевая золотая пропорция в виде двух монад: положительной и отрицательной единицы. Результат подтверждает предположение о *присутствии в нуле* *единицы*, что изложено в работе «Рациональная и иррациональная составляющие золотых пропорций» [4] и, кстати, может конкретизировать образ в оригинальной статье С.В.Костюченко и В.Ю. Татура «Логико-геометрический образ Пресвятой Троицы» [5]. Смею допустить, что в этой работе белая точка внутри тора (выколотая точка) как Источник, который есть Отец, подобен нулю, в котором сокрыта единица (исходная монада), способная развернуться в тело тора – Среду (образ Сына и Святого Духа, где Дух как отношения и процессы многообразны и бесконечны).

2. Четные золотые пропорции в образе равенства суммы и произведения двух чисел, смещенных на числовой оси

2.1. Последующие четные золотые константы

Четвертая золотая константа, меньшая на единицу, и собственно s_4.

Зададим условие, аналогичное (9), в виде

$$(x-2)+(x+2)=(x-2)(x+2).$$

Получим тождество $2x = x^2 - 4$ и уравнение $x^2 - 2x - 4 = 0$ с корнями $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{5}$;

$x_1 = 1+\sqrt{5} = 3{,}236... = s_4 - 1$, где $s_4 = 2+\sqrt{5} = 4{,}236...$;

$x_2 = 1-\sqrt{5} = -1{,}236... = \bar{s}_4 - 1$, где $\bar{s}_4 = 2-\sqrt{5} = -0{,}236...$.

То есть величина корней будет на единицу меньше констант четвертой золотой пропорции.

Причем $\dfrac{3{,}236...}{1{,}236...} = 2{,}618... = \phi^2$.

Приведем тождество $(x-2)+(x+2)=(x-2)(x+2)$ в численных величинах для $x_1 = 3{,}236...$:

$1{,}236 + 5{,}236 = 1{,}236 \cdot 5{,}236 = 6{,}472 = 2 \cdot 3{,}236 = 3{,}236^2 - 2^2$.

Причем $\dfrac{5{,}236...}{1{,}236...} = 4{,}236... = s_4$. Аналогичные соотношения рассмотрены в [6].

Следовательно, *сумма и произведение двух чисел, полученных из искомого числа x путем его уменьшения и увеличения на два, задают в качестве искомого числа четвертую золотую константу, меньшую на единицу*:

$$(x-2)+(x+2)=(x-2)(x+2), \text{ где } x = s_4 - 1.$$

Подставив в тождество $x = s_4 - 1$, получим

$((s_4-1)-2)+((s_4-1)+2)=((s_4-1)-2)((s_4-1)+2)$;

$(s_4-3)+(s_4+1)=(s_4-3)(s_4+1)$.

Откуда следует равенство $2s_4 - 2 = s_4^2 - 2s_4 - 3$ и уравнение $s_4^2 - 4s_4 - 1 = 0$ с корнями действительно четвертой золотой пропорции s_4.

В результате, *сумма и произведение двух чисел, полученных из искомого числа путем его уменьшения на три и увеличения на единицу, задают в качестве искомого числа четвертую золотую константу*:

$$(s_4-3)+(s_4+1)=(s_4-3)(s_4+1).$$

Шестая золотая константа, меньшая на два, и собственно s_6.

При $(x-3)+(x+3)=(x-3)(x+3)$ получим $2x = x^2 - 9$ и уравнение $x^2 - 2x - 9 = 0$ с корнями:

$x_1 = 1+\sqrt{10} = 4{,}162... = s_6 - 2$, где $s_6 = 3+\sqrt{10} = 6{,}162...$;

$x_2 = 1 - \sqrt{10} = -2{,}162... = \bar{s}_6 - 2$, где $\bar{s}_6 = 3 - \sqrt{10} = -0{,}162...$.

Величина корней на два меньше констант шестой золотой пропорции.

Приведем тождество $(x-3)+(x+3)=(x-3)(x+3)$ в численных величинах для $x_1 = 4{,}162...$:

$$1{,}162 + 7{,}162 = 1{,}162 \cdot 7{,}162 = 8{,}324 = 2 \cdot 4{,}162 = 4{,}162^2 - 3^2.$$

Следовательно, *сумма и произведение двух чисел, полученных из искомого числа путем его уменьшения и увеличения на три, задают в качестве искомого числа шестую золотую константу, меньшую на два*:

$$(x-3)+(x+3)=(x-3)(x+3), \text{ где } x = s_6 - 2.$$

Подставив в равенство $x = s_6 - 2$, получим:

$$((s_6-2)-3)+((s_6-2)+3)=((s_6-2)-3)((s_6-2)+3);$$

$$(s_6-5)+(s_6+1)=(s_6-5)(s_6+1).$$

Получаем $2s_6 - 4 = s_6^2 - 4s_6 - 5$ и уравнение $s_6^2 - 6s_6 - 1 = 0$ с корнями именно шестой золотой пропорции s_6.

Следовательно, *сумма и произведение двух чисел, полученных из искомого числа путем его уменьшения на пять и увеличения на единицу, задают в качестве искомого числа шестую золотую константу*:

$$(s_6-5)+(s_6+1)=(s_6-5)(s_6+1).$$

Сконструируем несколько тождеств, порождающих следующие золотые константы, и сведем результаты в таблицу 2.

Таблица 2

Золотые пропорции и равенства суммы и произведения двух чисел, смещенных на числовой оси

n	Тождество с участием x	Уравнение и его (+) корень x	Тождество с участием s_n	s_n
2	$(x-1)+(x+1)=(x-1)(x+1)$	$x^2-2x-1=0$ $1+\sqrt{2}=2{,}414...=s_2$	$(s_2-1)+(s_2+1)=$ $=(s_2-1)(s_2+1)$	s_2
4	$(x-2)+(x+2)=(x-2)(x+2)$	$x^2-2x-4=0$ $1+\sqrt{5}=3{,}236...=s_4-1$	$(s_4-3)+(s_4+1)=$ $=(s_4-3)(s_4+1)$	s_4
6	$(x-3)+(x+3)=(x-3)(x+3)$	$x^2-2x-9=0$ $1+\sqrt{10}=4{,}162...=s_6-2$	$(s_6-5)+(s_6+1)=$ $=(s_6-5)(s_6+1)$	s_6
8	$(x-4)+(x+4)=(x-4)(x+4)$	$x^2-2x-16=0$ $1+\sqrt{17}=5{,}123...=s_8-3$	$(s_8-7)+(s_8+1)=$ $=(s_8-7)(s_8+1)$	s_8
10	$(x-5)+(x+5)=(x-5)(x+5)$	$x^2-2x-25=0$ $1+\sqrt{26}=6{,}099...=s_{10}-4$	$(s_{10}-9)+(s_{10}+1)=$ $=(s_{10}-9)(s_{10}+1)$	s_{10}
12	$(x-6)+(x+6)=(x-6)(x+6)$	$x^2-2x-36=0$ $1+\sqrt{37}=7{,}082...=s_{12}-5$	$(s_{12}-11)+(s_{12}+1)=$ $=(s_{12}-11)(s_{12}+1)$	s_{12}
n	$\left(x-\frac{n}{2}\right)+\left(x+\frac{n}{2}\right)=\left(x-\frac{n}{2}\right)\left(x+\frac{n}{2}\right)$	$x^2-2x-\frac{n^2}{4}=0$ $1+\sqrt{1+\frac{n^2}{4}}=s_n-\frac{n}{2}+1$	$(s_n-n+1)+(s_n+1)=$ $=(s_n-n+1)(s_n+1)$	s_n

Анализ таблицы 2 позволяет перейти к получению аналитического выражения четных золотых пропорций через равенство сумму и произведения двух чисел.

2.2. Обобщение выражения *n*-золотой пропорции в образе равенства суммы и произведения двух смещенных чисел

1. *Тождество с участием x.*

При

$$\left(x-\frac{n}{2}\right)+\left(x+\frac{n}{2}\right)=\left(x-\frac{n}{2}\right)\left(x+\frac{n}{2}\right) \tag{12}$$

получим равенство $2x=x^2-\frac{n^2}{4}$ и уравнение $x^2-2x-\frac{n^2}{4}=0$ с корнями $x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{4+n^2}}{2}$.

Для приведения подкоренного выражения (дискриминанта) к виду $1+\sqrt{2}$, $1+\sqrt{5}$, $1+\sqrt{17}$ и т.д., выполним следующее преобразование:

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{4+n^2}}{2}=1\pm\frac{\sqrt{4+n^2}}{2}=1\pm\sqrt{\frac{4+n^2}{4}}=1\pm\sqrt{1+\frac{n^2}{4}}.$$

Запишем результат в таблицу 2.

Для выражения корня через золотую пропорцию s_n, т.е. приведения его к виду s_4-1, s_6-2, s_8-3 и т.д., выполним преобразование:

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{4+n^2}}{2}=\frac{n\pm\sqrt{4+n^2}-n+2}{2}=\frac{n\pm\sqrt{n^2+4}}{2}-\frac{n}{2}+1=s_n-\frac{n}{2}+1.$$

$$x=s_n-\frac{n}{2}+1. \tag{13}$$

Следовательно,

Сумма и произведение двух чисел, полученных из искомого числа путем его уменьшения и увеличения на *n*/2, задают в качестве искомого числа *n*-ю золотую константу, меньшую на $\frac{n}{2}+1$:

$$\left(x-\frac{n}{2}\right)+\left(x+\frac{n}{2}\right)=\left(x-\frac{n}{2}\right)\left(x+\frac{n}{2}\right),\ \text{где}\ x=s_n-\frac{n}{2}+1 \tag{14}$$

Запишем результат в таблицу 2.

2. *Тождество с участием* s_n.

Подстановка в (12) значения (13) дает:

$$\left(\left(s_n-\frac{n}{2}+1\right)-\frac{n}{2}\right)+\left(\left(s_n-\frac{n}{2}+1\right)+\frac{n}{2}\right)=\left(\left(s_n-\frac{n}{2}+1\right)-\frac{n}{2}\right)\cdot\left(\left(s_n-\frac{n}{2}+1\right)+\frac{n}{2}\right);$$

$$(s_n-n+1)+(s_n+1)=(s_n-n+1)(s_n+1).$$

Получаем равенство $2s_n-n+2=s_n^2+s_n-ns_n-n+s_n+1$ и уравнение $s_n^2-ns_n-1=0$ с корнями действительно *n*-й золотой пропорции $s_n=\frac{n\pm\sqrt{n^2+4}}{2}$.

Запишем результат в таблицу 2.

Итак,

Сумма и произведение двух чисел, полученных из искомого числа путем его уменьшения на $(n-1)$ и увеличения на единицу, задают в качестве искомого числа *n*-ю золотую константу:

$$(s_n - n + 1) + (s_n + 1) = (s_n - n + 1)(s_n + 1), \text{ где } s_n = \frac{n \pm \sqrt{n^2 + 4}}{2} \tag{15}$$

3. Золотая пропорция в образе равенства среднеарифметической суммы и произведения трех чисел, два из которых отстают от золотой константы в числовом ряду на единицу

Вспомним о тождестве (3), задающем константу Падована $1 = (x-1) \cdot x \cdot (x+1)$, и свяжем его с золотыми пропорциями. Начнем с рассмотрения тождества классической золотой пропорции $\phi = \phi^2 - 1$.

3.1. Равенство среднеарифметической суммы и произведения трех чисел на основе классической золотой константы

Преобразуем правую часть $\phi = \phi^2 - 1$, разложив разность квадратов на множители и умножив их на ϕ, т.е. $(\phi-1) \cdot \phi \cdot (\phi+1)$. Получен аналог произведения трех чисел тождества по Падовану.

Используя сумму этих чисел, левая часть тождества золотой пропорции обязана принять вид $\phi \frac{(\phi-1) + \phi + (\phi+1)}{3}$.

Приходим к тождеству

$$\phi \frac{(\phi-1) + \phi + (\phi+1)}{3} = (\phi-1) \cdot \phi \cdot (\phi+1). \tag{16}$$

Части (16), изначально равные ϕ и умноженные на ϕ, становятся равными ϕ^2. Следовательно:

во-первых, $\phi^2 = (\phi-1) \cdot \phi \cdot (\phi+1)$;

$$\phi = \sqrt{(\phi-1) \cdot \phi \cdot (\phi+1)}; \tag{17}$$

$\phi = \sqrt{0{,}618 \cdot 1{,}618 \cdot 2{,}618} = \sqrt{2{,}618} = 1{,}618;$

во-вторых, $\phi^2 = \phi \frac{(\phi-1) + \phi + (\phi+1)}{3}$;

$$\phi = \sqrt{\phi \frac{(\phi-1) + \phi + (\phi+1)}{3}}. \tag{18}$$

3.2. Философская интерпретация среднеарифметической суммы и произведения трех чисел

Дадим философскую интерпретацию формулам (17) и (18). Образно отметим, что:

ϕ – настоящее время, результат, создаваемый в настоящем, как идеал;

$\phi - 1$ – прошлое время, ранее созданный результат как идеал за вычетом единицы;

$\phi + 1$ – будущее время, планируемый результат как идеал, сложенный с единицей.

Таким образом:

во-первых, (17) означает, что сущность ϕ есть корень из произведения прошлого, настоящего и будущего (прошлого достижения, настоящего состояния и планируемого будущего);

во-вторых, согласно (18) сущность ϕ есть корень из произведения настоящего и среднего арифметического прошлого, настоящего и будущего.

Здесь философски *среднее арифметическое прошлого, настоящего и будущего выражает собой настоящее*:

$$\frac{(\phi-1)+\phi+(\phi+1)}{3}=\phi;\ \frac{0{,}618+1{,}618+2{,}618}{3}=\frac{4{,}845}{3}=1{,}618.$$

Получив новое прочтение классической золотой пропорции, применим данный прием к другим золотым пропорциям.

4. Триадная модель «прошлое * настоящее * будущее» в образе сущности и тождества числа

4.1. Триадная модель на основе четных золотых пропорций

1) Рассмотрим (17):

$\sqrt{(\phi-1)\phi(\phi+1)}=\phi$; $\phi=\sqrt{0{,}618\cdot 1{,}618\cdot 2{,}618}=\sqrt{2{,}618}=1{,}618$;

$$\phi=\sqrt{\bar{\phi}\cdot\phi\cdot\phi^2}\,, \tag{19}$$

где произведение $\bar{\phi}\phi$ должно быть равно единице, что и есть в действительности.

Ранее мы придали гармоничным константам философскую интерпретацию: ϕ – настоящее, $\phi-1$ – прошлое, $\phi+1$ – будущее.

Произведение прошлого и настоящего в (19) есть 1, т.е. $0{,}618\cdot 1{,}618=1$. Настоящее есть сущность будущего 2,618, т.е. $\sqrt{2{,}618}$.

Запишем (17), применив неизвестное *x*: $x=\sqrt{(x-1)\cdot x\cdot(x+1)}$; $x=\sqrt{vxw}$.

Для (19) выполняются наиболее простейшие условия: произведение $vx=1$ с одинаковыми мантиссами у искомых величин *v* и *x*, а $w=x^2$.

Подберем подобные варианты для иных численных величин. Будем опираться на главное условие $vw=1$, понимая, что *v* и *w* взаимообратные. При этом равенством мантисс именно инверсных констант обладают только золотые пропорции. Используем это свойство, для начала взяв за основу вторую и четвертую золотые пропорции. Неизвестное тождество примет вид $x=\sqrt{vx^2w}$ или более удобный $\sqrt{x}=\sqrt{vxw}$, что не одно и то же. Искомое *x* при этом также должно вписываться в требование равенства мантисс.

2) Рассмотрим $\bar{s}_2 s_2=1$, т.е. $0{,}414\cdot 2{,}414=1$; $\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)=1$. В качестве *x* здесь подходит $x=\sqrt{2}=1{,}414$. Получим:

$\sqrt{0{,}414\cdot 1{,}414\cdot 2{,}414}=\sqrt{1{,}414}=\sqrt{\sqrt{2}}=1{,}189=\sqrt{s_2-1}$;

$\sqrt{s_2-1}=\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)}=\sqrt{\sqrt{2}}$; или $\sqrt{(s_2-2)\cdot(s_2-1)\cdot s_2}=\sqrt{s_2-1}$;

$$\sqrt{\bar{s}_2\cdot\sqrt{2}\cdot s_2}=\sqrt{\sqrt{2}}\,. \tag{20}$$

Произведение прошлого и будущего философски есть 1, т.е. $0{,}414\cdot 2{,}414=1$. Настоящим является сущность настоящего, т.е. $\sqrt{1{,}414}$.

3) Рассмотрим $\bar{s}_4 s_4=1$, т.е. $0{,}236\cdot 4{,}236=1$; $\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)=1$; $x=\sqrt{5}$. Получим:

$\sqrt{0{,}236\cdot 2{,}236\cdot 4{,}236}=\sqrt{2{,}236}=\sqrt{\sqrt{5}}=1{,}495=\sqrt{s_4-2}$;

$\sqrt{s_4-2}=\sqrt{\left(\sqrt{5}-2\right)\cdot\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{5}+2\right)}=\sqrt{\sqrt{5}}$; или $\sqrt{(s_4-4)\cdot(s_4-2)\cdot s_4}=\sqrt{s_4-2}$;

$$\sqrt{\bar{s}_4\cdot\sqrt{5}\cdot s_4}=\sqrt{\sqrt{5}}\,. \tag{21}$$

Как и в ситуации с $\sqrt{2}$, произведение прошлого и будущего есть 1, т.е. $0{,}236 \cdot 4{,}236 = 1$. Настоящее есть сущность настоящего, т.е. $\sqrt{2{,}236}$.

4) Общая модель, основанная на четных золотых пропорциях, запишется в виде:

$$\sqrt{\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)\cdot\sqrt{n^2+1}\cdot\left(\sqrt{n^2+1}+n\right)} = \sqrt{\sqrt{n^2+1}}, \quad (22)$$

$$\sqrt{\bar{s}_{2n}\cdot\sqrt{n^2+1}\cdot s_{2n}} = \sqrt{\sqrt{n^2+1}} \quad (23)$$

Вырисовалась довольно стройная философская система, основанная на триаде «прошлое * настоящее * будущее» (ПНБ), базирующаяся не только на золотой пропорции, но и прямых и обратных четных золотых пропорциях s_{2n} и $\bar{s}_{2n}$, а также их базисной доминанты или фактора $\sqrt{n^2+1}$.

Сведем результат в таблицу 3.

Таблица 3

Триадная модель «прошлое * настоящее * будущее» в образе трех первых золотых пропорций

Фактор	Запись в системообразующих факторах $\phi, \sqrt{2}, \sqrt{5}$	Запись в золотых пропорциях ϕ, s_2, s_4, s_6	Запись смешенная $\bar{s}_1, s_1 = \phi,$ $\bar{s}_2, s_2, \sqrt{2},$ $\bar{s}_4, s_4, \sqrt{5}$	Запись в численных величинах
ϕ	$\sqrt{(\phi-1)\cdot\phi\cdot(\phi+1)} = \phi$	$\sqrt{(\phi-1)\cdot\phi\cdot(\phi+1)} = \phi$	$\sqrt{\bar{s}_1\cdot s_1\cdot s_1^2} = \sqrt{s_1^2} = s_1 = \phi$	$\sqrt{0{,}618\cdot 1{,}618\cdot 2{,}618} = \sqrt{2{,}618} = \sqrt{\phi^2} = \phi$
$\sqrt{2}$	$\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)} = \sqrt{\sqrt{2}}$	$\sqrt{(s_2-2)\cdot(s_2-1)\cdot s_2} = \sqrt{s_2-1}$	$\sqrt{\bar{s}_2\cdot\sqrt{2}\cdot s_2} = \sqrt{\sqrt{2}}$	$\sqrt{0{,}414\cdot 1{,}414\cdot 2{,}414} = \sqrt{1{,}414} = \sqrt{\sqrt{2}}$
$\sqrt{5}$	$\sqrt{\left(\sqrt{5}-2\right)\cdot\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{5}+2\right)} = \sqrt{\sqrt{5}}$	$\sqrt{(s_4-4)\cdot(s_4-2)\cdot s_4} = \sqrt{s_4-2}$	$\sqrt{\bar{s}_4\cdot\sqrt{5}\cdot s_4} = \sqrt{\sqrt{5}}$	$\sqrt{0{,}236\cdot 2{,}236\cdot 4{,}236} = \sqrt{2{,}236} = \sqrt{\sqrt{5}}$

Добавим таблицу 3 несколькими золотыми пропорциями, дав системе нумерацию n и записав в общем виде (табл. 4).

Таблица 4

Триадная модель «прошлое * настоящее * будущее» на основе четных золотых пропорций

n	n^2+1	Факторы	Запись в системообразующих факторах	Запись смешенная	Запись в численных величинах
1	2	3	4	5	6
0	1	ϕ	$\sqrt{(\phi-1)\cdot\phi\cdot(\phi+1)} = \phi$	$\sqrt{\bar{s}_1\cdot s_1\cdot s_1^2} = \sqrt{s_1^2} = s_1 = \phi$	$\sqrt{0{,}618\cdot 1{,}618\cdot 2{,}618} = \sqrt{2{,}618} = \sqrt{\phi^2} = \phi$
1	2	$\sqrt{2}$	$\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)} = \sqrt{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\bar{s}_2\cdot\sqrt{2}\cdot s_2} = \sqrt{\sqrt{2}}$	$\sqrt{0{,}414\cdot 1{,}414\cdot 2{,}414} = \sqrt{1{,}414} = \sqrt{\sqrt{2}}$
2	5	$\sqrt{5}$	$\sqrt{\left(\sqrt{5}-2\right)\cdot\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{5}+2\right)} = \sqrt{\sqrt{5}}$	$\sqrt{\bar{s}_4\cdot\sqrt{5}\cdot s_4} = \sqrt{\sqrt{5}}$	$\sqrt{0{,}236\cdot 2{,}236\cdot 4{,}236} = \sqrt{2{,}236} = \sqrt{\sqrt{5}}$

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6
3	10	$\sqrt{10}$	$\sqrt{(\sqrt{10}-3)\cdot\sqrt{10}\cdot(\sqrt{10}+3)}= =\sqrt{\sqrt{10}}=\sqrt{\sqrt{2}\sqrt{5}}$	$\sqrt{\bar{s}_6\cdot\sqrt{10}\cdot s_6}=\sqrt{\sqrt{10}}$	$\sqrt{0{,}162\cdot3{,}162\cdot6{,}162}= =\sqrt{3{,}162}=\sqrt{\sqrt{10}}$
4	17	$\sqrt{17}$	$\sqrt{(\sqrt{17}-4)\cdot\sqrt{17}\cdot(\sqrt{17}+4)}= =\sqrt{\sqrt{17}}$	$\sqrt{\bar{s}_8\cdot\sqrt{17}\cdot s_8}=\sqrt{\sqrt{17}}$	$\sqrt{0{,}123\cdot4{,}123\cdot8{,}123}= =\sqrt{4{,}123}=\sqrt{\sqrt{17}}$
5	26	$\sqrt{26}$	$\sqrt{(\sqrt{26}-5)\cdot\sqrt{26}\cdot(\sqrt{26}+5)}= =\sqrt{\sqrt{26}}$	$\sqrt{\bar{s}_{10}\cdot\sqrt{26}\cdot s_{10}}= =\sqrt{\sqrt{26}}$	$\sqrt{0{,}099\cdot5{,}099\cdot10{,}099}= =\sqrt{5{,}099}=2{,}258$
n	n^2+1	$\sqrt{n^2+1}$	$\sqrt{\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)\cdot\sqrt{n^2+1}\cdot\left(\sqrt{n^2+1}+n\right)}=\sqrt{\sqrt{n^2+1}}$		

4.2. Триадная модель на основе четных и нечетных золотых пропорций

Триада чисел в (23) в десятичном представлении имеет равные мантиссы, что системно. Однако мы упустили нечетные золотые пропорции. Рассмотрим систему на их основе, где нумерация элементов системы будет следовать с половинным шагом $m=n/2$ (табл. 5).

Таблица 5

Триадная модель «прошлое * настоящее * будущее»
на основе четных и нечетных золотых пропорций

№	Фактор	Запись в системообразующих факторах	Запись в численных величинах
0	$\sqrt{1}$	$\sqrt{(\sqrt{1}-0)\cdot\sqrt{1}\cdot(\sqrt{1}+0)}=\sqrt{\sqrt{1}}$	$\sqrt{1\cdot1\cdot1}=\sqrt{1}=1$
0,5	$\sqrt{1{,}25}$	$\sqrt{(\sqrt{1{,}25}-0{,}5)\cdot\sqrt{1{,}25}\cdot(\sqrt{1{,}25}+0{,}5)}=\sqrt{\sqrt{1{,}25}}$	$\sqrt{0{,}618\cdot1{,}118\cdot1{,}618}=1{,}057$
1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{(\sqrt{2}-1)\cdot\sqrt{2}\cdot(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{\sqrt{2}}$	$\sqrt{0{,}414\cdot1{,}414\cdot2{,}414}=1{,}189$
1,5	$\sqrt{3{,}25}$	$\sqrt{(\sqrt{3{,}25}-1{,}5)\cdot\sqrt{3{,}25}\cdot(\sqrt{3{,}25}+1{,}5)}=\sqrt{\sqrt{3{,}25}}$	$\sqrt{0{,}302\cdot1{,}802\cdot3{,}302}=1{,}342$
2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{(\sqrt{5}-2)\cdot\sqrt{5}\cdot(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{\sqrt{5}}$	$\sqrt{0{,}236\cdot2{,}236\cdot4{,}236}=1{,}495$
m	$\sqrt{m^2+1}$	$\sqrt{\left(\sqrt{m^2+1}-m\right)\cdot\sqrt{m^2+1}\cdot\left(\sqrt{m^2+1}+m\right)}=\sqrt{\sqrt{m^2+1}}$	

Здесь триада чисел с нецелым номером, в т.ч. и классическая золотая пропорция, не имеет равных мантисс, что нарушает систему по этому критерию.

Трехфакторная мультипликативная модель в философской интерпретации «прошлое * настоящее * будущее» математически дополнено выражением

$$\sqrt{\left(\sqrt{m^2+1}-m\right)\cdot\sqrt{m^2+1}\cdot\left(\sqrt{m^2+1}+m\right)}=\sqrt{\sqrt{m^2+1}}\,. \tag{24}$$

Классическая золотая пропорция в наших системах проявляет себя уникально, по-особенному. Здесь логично привести слова Р. Фейнмана: «Может быть, вещь проста только тогда, когда ее можно охарактеризовать несколькими разными способами, еще не зная, что на самом деле ты говоришь об одном и том же».

5. Философское объяснение причины частого проявления $\sqrt{2}$ в моделях различных систем

5.1. Одна из причин вездесущности $\sqrt{2}$ – равенство суммы и произведения сущности и тождества двоицы

Вернемся к золотым *s*-пропорциям в образе равенства приумноженной суммы и произведения двух чисел (8). Проанализируем вариант для $n=2$, когда сумма равна произведению, не требуя своего увеличения, записав его в видах:

$$(x-1)+(x+1)=(x-1)(x+1);$$

$$a+b=ab, \tag{25}$$

где: $a=x-1$; $b=x+1$.

Получим $b-a=2$. Запишем результат в виде системы:

$$\begin{cases} a+b=ab, \\ b-a=2. \end{cases} \tag{26}$$

Числовые значения параметров системы найдутся в результате преобразования:

$b=a+2$; $a+b=ab \Rightarrow a+a+2=a(a+2)$; $2a+2=a^2+2a$; $a^2=2$; $a=\sqrt{2}$.

$$\begin{cases} a=\sqrt{2}, \\ b=2+\sqrt{2}. \end{cases}$$

Тождество (25) в численных величинах выглядит так:

$$\sqrt{2}+\left(2+\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\left(2+\sqrt{2}\right)\Rightarrow 2\sqrt{2}+2=2\left(1+\sqrt{2}\right)=2s_2. \tag{27}$$

Левая и правая части (27) представляют собой удвоенную вторую золотую константу $2\left(1+\sqrt{2}\right)=2s_2$.

Для положительного значения $\sqrt{2}$ в (27):

$1{,}414+3{,}414=1{,}414\cdot 3{,}414=4{,}828=2\cdot 2{,}414$.

Для отрицательного значения $\sqrt{2}$:

$-1{,}414+0{,}586=-1{,}414\cdot 0{,}586=-0{,}828=2(-0{,}414)$.

Интерпретируем результат философски:

– *изначально* было 2, вероятно как сумма двух монад нулевой золотой пропорции;

– *сущность* числа 2 есть $\sqrt{2}$, т.е. в нашем обозначении это *a*;

– *тождество* числа 2 есть $2+\sqrt{2}$, т.е. в нашем обозначении это *b*.

Немаловажно, что здесь сущность и тождество точно соответствуют пифагорейской трактовке (1).

Получен весьма примечательный результат:

$$\boxed{\text{сущность + тождество = сущность * тождество}} \tag{28}$$

Выражение (28) в терминологии Пифагора в отношении определения сущности и тождества числа справедливо лишь для числа 2.

$$\boxed{\sqrt{2}+\left(2+\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\left(2+\sqrt{2}\right)=2s_2} \tag{29}$$

При этом и сумма, и произведение равны удвоенной второй золотой пропорции (серебряной пропорции по терминологии В. Шпинадель).

Следовательно, можно констатировать, что именно

> Условие равенства суммы и произведения сущности и тождества двоицы является одной из главных причин ее широкого распространения и глубокого проникновения в различные области знаний, особенно в естественные науки

Смею утверждать, что условия (причины) широкого проявления числа 2 и его $\sqrt{2}$ в различных сферах природы, науки, техники следующие:

– необходимое условие – равенство суммы и произведения сущности и тождества числа;

– достаточное условие – равенство суммы и произведения сущности и тождества удвоенной величине второй золотой пропорции.

5.2. От особенностей к принципу вездесущности

Впрочем, число 2, его корень и собственно вторая золотая пропорция обладают и иными уникальными особенностями, что заслуживает самостоятельной статьи.

Поистине,

> Множество особенностей корня из двух и второй золотой пропорции превратили эти особенности в *принцип вездесущности*, т.е. максимального проявления их в различных областях знаний и самого мироздания

6. О законе согласия

Необходимо следовать своему чувству
и полагаться на первое впечатление,
ибо мы легко впадаем в трафаретное пустословие,
как только начинаем раздумывать.
Г.К. Лихтенберг

Настоящий материал, а также изложенный в [1, 2], позволяет выдвинуть гипотезу о ***законе согласия*** (законе согласия согласия), вероятно, присущему разумной природе, аналогичного закону отрицания отрицания, действующему в неживой и живой неразумной природе.

Изначальной математической основой закона согласия – философского согласия сущности и тождества, а также математического согласия аддитивного и мультипликативного действия – может служить, например, тождество (7) $\frac{n}{2}((s_n-1)+(s_n+1))=(s_n-1)(s_n+1)$.

Это позволяет сформулировать закон согласия следующим образом:

> *Закон согласия – это согласованность прошлых достижений, настоящего состояния и будущих стремлений в виде сущности результата, самого результата и его тождества, равенство и тождественность аддитивного и мультипликативного действия, приводящие к гармонии*

Одна из формулировок закона согласия допустима быть таковой:

> *Закон согласия – это гармоническая тождественность результатов суммы достижений, преобразованных соответствующим образом, и их произведения*

Но об этом отдельная статья.

Выводы

1. Для познания гармонии значимо равенство тождества числа в виде его аддитивно-мультипликативных моделей. Смещение числа на числовой оси на некоторую величину позволяет получить модель тождества, приводящую к золотым пропорциям.

2. В свете модифицированной пифагорейской трактовки новое прочтение получили золотые пропорции. Проецирование их на аддитивно-мультипликативное представление тождества добавляет следующие свойства:

– если сумма, увеличенная в половину n раз, и произведение двух чисел, полученных из искомого числа x путем его уменьшения и увеличения на единицу, равны, то этим числом является n-я золотая пропорция s_n: $\frac{n}{2}((x-1)+(x+1))=(x-1)(x+1)$;

– сумма и произведение двух чисел, полученных из искомого числа путем его уменьшения и увеличения на $n/2$, задают в качестве искомого числа n-ю золотую константу, меньшую на $\frac{n}{2}+1$: $\left(x-\frac{n}{2}\right)+\left(x+\frac{n}{2}\right)=\left(x-\frac{n}{2}\right)\left(x+\frac{n}{2}\right)$, где $x=s_n-\frac{n}{2}+1$;

– сумма и произведение двух чисел, полученных из искомого числа путем его уменьшения на $(n-1)$ и увеличения на единицу, задают в качестве искомого числа n-ю золотую константу: $(s_n-n+1)+(s_n+1)=(s_n-n+1)(s_n+1)$, где $s_n=\frac{n\pm\sqrt{n^2+4}}{2}$.

3. Модель «сущность + тождество = сущность * тождество» в чистом виде принадлежит выражению $\sqrt{2}+\left(2+\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\left(2+\sqrt{2}\right)$. При этом и сумма, и произведение равны удвоенной второй золотой пропорции, т.е. $2s_2$.

4. Условие равенства суммы и произведения сущности и тождества двоицы является одной из причин ее широкого распространения и глубокого проникновения в различные области знаний, особенно в естественные науки.

5. Пифагорейская трактовка сущности и тождества числа и ее модификация становятся самостоятельным путем познания гармонии и закона согласия. Многоликая гармония едина по своей сути, по проявлению сущности и тождественности исходного. Это побудило к комплексному авторскому изложению философско-математического эссе «Пифагорейская трактовка сущности и тождества числа и ее модификация как путь к познанию гармонии и закону согласия».

Приложение. От нового прочтения второй золотой пропорции к золотым пропорциям

В подпункте 1.2 подчеркнуто, что к обобщенной модели (7) $\frac{n}{2}((s_n-1)+(s_n+1))=(s_n-1)(s_n+1)$ мне удалось прийти, предварительно получив (9) $(s_2-1)+(s_2+1)=(s_2-1)(s_2+1)$, пройдя следующие рассуждения.

Рассмотрим уравнение $s_2^2-2s_2-1=0$, корнями которого являются вторые золотые константы: $s_{2_1}=1+\sqrt{2}=2{,}414...$, $s_{2_2}=1-\sqrt{2}=-0{,}414...$.

Из уравнения следует тождество

$$2s_2=s_2^2-1; \tag{П1}$$

Но $s_2^2-1=(s_2-1)(s_2+1)$.

Последнему выражению придадим схожесть с $x+x^n=xx^n$ и тем более с $x+x=xx$:

$$\boxed{(s_2-1)+(s_2+1)=(s_2-1)(s_2+1)} \qquad (П2)$$

что полностью соответствует (П1), т.к. $(s_2-1)+(s_2+1)=2s_2$.

Приведем тождество (П2) в численных величинах:

– для первого корня:

$(2{,}414-1)+(2{,}414+1)=(2{,}414-1)(2{,}414+1)$;

$1{,}414+3{,}414=1{,}414\cdot 3{,}414=4{,}828=2\cdot 2{,}414=2{,}414^2-1$.

– для второго корня:

$(-0{,}414-1)+(-0{,}414+1)=(-0{,}414-1)(-0{,}414+1)$;

$-1{,}414+0{,}586=-1{,}414\cdot 0{,}586=-0{,}828=2\cdot(-0{,}414=(-0{,}414)^2-1$.

Причем $\dfrac{2{,}414...}{0.414...}=5{,}828...=s_2^2=(2{,}414...)^2$;

$\dfrac{3{,}414...}{1{,}414...}=2{,}414...=s_2$, что отражено в [6, раздел 7].

Вызывает интерес вариант с первым корнем $s_{2_1}=2{,}414$ из-за равенства мантисс чисел, участвующих в сумме и произведении.

Запишем (П2) в виде

$$\boxed{(x-1)+(x+1)=(x-1)(x+1)} \qquad (П3)$$

Следовательно, *если сумма и произведение двух чисел, полученных из искомого числа путем его уменьшения и увеличения на единицу, равны, то этим числом является вторая золотая пропорция*.

Обобщим результат в *n*-варианте модели…

Таким образом, мы приходим к материалу, изложенному в подразделе 1.1.

Библиографический список

1. *Шенягин В.П.* Р-пропорции в образе модифицированной пифагорейской трактовки сущности и тождества числа // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 19479, 29.08.2014. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321296.htm.

2. *Шенягин В.П.* Особенности треугольника П.Я. Сергиенко // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 19421, 17.08.2014. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162338.htm.

3. *Газале М.* Гномон. От фараонов до фракталов / Перевод с английского А.Р. Логунова. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002, 272 с., с. 147-148.

4. *Шенягин В.П.* Триада инверсии в основах мироздания // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567. публ. 18427, 07.01.2014 – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0001/005a/00011319.htm.

5. *Костюченко С.В., Татур В.Ю.* Логико-геометрический образ Пресвятой Троицы // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 19430, 19.08.2014. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0226/002a/02261135.htm.

6. *Шенягин В.П.* Рациональная и иррациональная составляющие золотых пропорций // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 18785, 14.04.2014. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321289.htm.